

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
"Амурский государственный университет"

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и научной
работе

Лейфа А.В. Лейфа

27 июня 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
«МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ»

Направление подготовки 24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика

Направленность (профиль) образовательной программы – Ракетно-космическая техника

Квалификация выпускника – Бакалавр

Год набора – 2024

Форма обучения – Очная

Курс 3 Семестр 6

Зачет 6 сем

Общая трудоемкость дисциплины 72.0 (академ. час), 2.00 (з.е)

Составитель Л.И. Мороз, ведущий научный сотрудник, канд. физ.-мат. наук

Институт компьютерных и инженерных наук

Кафедра математического анализа и моделирования

Рабочая программа составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта ВО для направления подготовки 24.03.01 Ракетные комплексы и космонавтика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 05.02.18 № 71

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математического анализа и моделирования

01.02.2024 г. , протокол № 6

Заведующий кафедрой Максимова Н.Н. Максимова

СОГЛАСОВАНО

Учебно-методическое управление

Чалкина Н.А. Чалкина

27 июня 2024 г.

СОГЛАСОВАНО

Выпускающая кафедра

Соловьев В.В. Соловьев

27 июня 2024 г.

СОГЛАСОВАНО

Научная библиотека

Петрович О.В. Петрович

27 июня 2024 г.

СОГЛАСОВАНО

Центр цифровой трансформации и
технического обеспечения

Тодосейчук А.А. Тодосейчук

27 июня 2024 г.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Цель дисциплины:

изучение метода конечных элементов как математического аппарата, используемого для численной реализации математических моделей естественнонаучных явлений, а также овладение навыками использования современных пакетов прикладных программ, позволяющих решать задачи механики сплошных сред на основе МКЭ.

Задачи дисциплины:

- освоение базиса МКЭ, общей концепции метода взвешенных невязок, метода Галеркина;
- изучение особенностей построения конечно-элементных решений для стационарных и нестационарных задач;
- изучение методов оценки погрешности МКЭ;
- изучение классификации простейших математических моделей жидких, твердых и газообразных сред и моделирование различных протекающих явлений и процессов;
- освоение алгоритмов и приемов программной реализации для решения практических задач;
- решение задач с использованием ППП COMSOL MULTIPHYSICS.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Метод конечных элементов» включена в часть учебного плана, формируемая участниками образовательных отношений. Для освоения дисциплины студенты используют знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе обучения в вузе в предшествующих семестрах. Этот курс тесно связан с основными математическими и информационными дисциплинами, изученными ранее: линейная алгебра, математический анализ, обыкновенные дифференциальные уравнения, теоретическая механика, численные методы и методы оптимизации, информатика. Освоение дисциплины потенциально полезно для прохождения преддипломной практики, написания выпускной квалификационной работы.

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ИНДИКАТОРЫ ИХ ДОСТИЖЕНИЯ

3.1 Профессиональные компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование профессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения профессиональной компетенции
ПК-2 Способен подготавливать предложения и проводить работу по освоению и внедрению технологических процессов, новых материалов и программных продуктов технологического назначения	ИД-1ПК-2 Знать: - преимущества использования технологических процессов, новых материалов и программных продуктов технологического назначения. ИД-2ПК-2 Уметь: - разрабатывать программные приложения новых технологических процессов и материалов ИД-3ПК-2 Владеть: - практическим опытом проведения НИР и ОТР по освоению и внедрению новых технологических процессов материалов и программных продуктов

4. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2.00 зачетных единицы, 72.0 академических часов.

1 – № п/п

2 – Тема (раздел) дисциплины, курсовая работа (проект), промежуточная аттестация

3 – Семестр

4 – Виды контактной работы и трудоемкость (в академических часах)

4.1 – Л (Лекции)

4.2 – Лекции в виде практической подготовки

4.3 – ПЗ (Практические занятия)

4.4 – Практические занятия в виде практической подготовки

4.5 – ЛР (Лабораторные работы)

4.6 – Лабораторные работы в виде практической подготовки

4.7 – ИКР (Иная контактная работа)

4.8 – КТО (Контроль теоретического обучения)

4.9 – КЭ (Контроль на экзамене)

5 – Контроль (в академических часах)

6 – Самостоятельная работа (в академических часах)

7 – Формы текущего контроля успеваемости

1	2	3	4									5	6	7
			4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9			
1	Введение в метод конечных элементов и численное моделирование	6	4		4								4	Устный опрос по теме практической работы «Решение прикладных задач в постановке уравнений с частными производным и в PDE toolbox ППП Matlab» (стационарные задачи).
2	Основы МКЭ. Базисные функции. Основные положения метода взвешенных невязок.	6	2		2								4	Устный опрос по теме практической работы «Решение прикладных задач в постановке уравнений с частными производным и в PDE toolbox ППП

																		Matlab (нестационар ные задачи)».	
3	Конечно-элементный метод Галеркина для реализации моделей в постановке краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	6	4		4													4	Устный опрос по теме практической работы «Решение краевых задач в постановке обыкновенных дифференциальных уравнений МКЭ».
4	МКЭ для решения стационарных задач математической физики	6	4		4													4	Устный опрос по теме практической работы «Решение краевых задач для уравнения Пуассона МКЭ».
5	МКЭ для решения нестационарных задач математической физики	6	2															4	Устный опрос по теме «МКЭ для решения нестационарных задач математической физики»
6	Обзор современного специализированного программного обеспечения для КЭ моделирования систем. Возможности системы моделирования COMSOL MULTIPHYSICS.	6	2		2													4	Устный опрос по теме практической работы «Использование ППП COMSOL MULTIPHYSICS для моделирования физических систем»
7	Зачет	6								0.2								13.8	Зачет (теоретическая и практическая части)
	Итого			18.0		16.0		0.0	0.0	0.2	0.0	0.0						37.8	

5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1. Лекции

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)
1	Введение в метод конечных элементов и численное моделирование	История развития, опыт и перспективы применения метода конечных элементов, задачи численного моделирования. Общие принципы построения математических моделей. Классификация моделей. Численное моделирование задач механики сплошных сред. Методология математического моделирования и МКЭ. МКЭ как математический аппарат реализации моделей сложных систем.
2	Основы МКЭ. Базисные функции. Основные положения метода взвешенных невязок.	Общая структура алгоритма МКЭ. Система базисных и весовых функций. Кусочно-постоянные базисные функции, кусочно-линейные непрерывные базисные функции. Линейно независимая система базисных функций, функции формы. Улучшение аппроксимации. Интерполяция, синус-ряды Фурье. Аппроксимация с помощью метода взвешенных невязок. Невязка, минимизация невязки. Весовые функции и методы взвешенных невязок: метод поточечной коллокации, коллокация по подобластям, метод Галеркина, метод наименьших квадратов.
3	Конечно-элементный метод Галеркина для реализации моделей в постановке краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	Конечно-элементная аппроксимация решений дифференциальных уравнений и требование гладкости. Слабая формулировка метода Галеркина. Формирование локальной и глобальной матриц жесткости. Методология ансамблирования элементов. Основные этапы решения задач с помощью МКЭ. Решение одномерной краевой задачи теплопроводности с граничными условиями первого рода. Основные этапы решения, применение процедуры ансамблирования. Решение краевой задачи теплопроводности с граничными условиями второго рода. Пример модельной задачи теории упругости.
4	МКЭ для решения стационарных задач математической физики	Обобщение метода конечных элементов на двумерные и трехмерные задачи. Двумерные и трехмерные конечные элементы линейного типа. Принципы разбиения плоских областей на конечные элементы. Ленточные матрицы жесткости. Формирование многомерных базисных функций, ансамблирование и построение глобальных СЛАУ. Случай граничных условий, содержащих производные. Метод конечных элементов в многомерных стационарных задачах математической физики. Моделирование двумерных задач теплопроводности треугольными и прямоугольными конечными элементами. Метод конечных элементов для решения двумерной

		модельной задачи теории упругости в напряжениях с использованием треугольных конечных элементов.
5	МКЭ для решения нестационарных задач математической физики	Метод конечных элементов в многомерных нестационарных задачах математической физики. Особенности дискретизации задачи по времени. Погрешность конечно-элементного решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Погрешность конечно-элементного решения задач для уравнений с частными производными.
6	Обзор современного специализированного программного обеспечения для КЭ моделирования систем. Возможности системы моделирования COMSOL MULTIPHYSICS.	Конечно-элементные системы научных и инженерных расчетов. Современные FEA системы: NASTRAN, ANSYS, COMSOL, FLEX PDE, PDE tool MATLAB. Сравнительная характеристика систем.

5.2. Практические занятия

Наименование темы	Содержание темы
Введение в метод конечных элементов и численное моделирование	Практические занятия проводятся в компьютерном классе и предполагают решение прикладных задач по индивидуальным вариантам с использованием пакетов прикладных программ (по соответствующей теме дисциплины). Студенты решают задачи с использованием возможностей математических пакетов (ППП Matlab, ППП COMSOL MULTIPHYSICS) и реализуя алгоритмы изученных методов.
Основы МКЭ. Базисные функции. Основные положения метода взвешенных невязок.	Практические занятия проводятся в компьютерном классе и предполагают решение прикладных задач по индивидуальным вариантам с использованием пакетов прикладных программ (по соответствующей теме дисциплины). Студенты решают задачи с использованием возможностей математических пакетов (ППП Matlab, ППП COMSOL MULTIPHYSICS) и реализуя алгоритмы изученных методов.
Конечно-элементный метод Галеркина для реализации моделей в постановке краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	Практические занятия проводятся в компьютерном классе и предполагают решение прикладных задач по индивидуальным вариантам с использованием пакетов прикладных программ (по соответствующей теме дисциплины). Студенты решают задачи с использованием возможностей математических пакетов (ППП Matlab, ППП COMSOL MULTIPHYSICS) и реализуя алгоритмы изученных методов.
МКЭ для решения стационарных задач математической физики	Практические занятия проводятся в компьютерном классе и предполагают решение прикладных задач по индивидуальным вариантам с использованием пакетов прикладных программ (по соответствующей

	<p>теме дисциплины). Студенты решают задачи с использованием возможностей математических пакетов (ППП Matlab, ППП COMSOL MULTIPHYSICS) и реализуя алгоритмы изученных методов.</p>
<p>Обзор современного специализированного программного обеспечения для КЭ моделирования систем. Возможности системы моделирования COMSOL MULTIPHYSICS.</p>	<p>Практические занятия проводятся в компьютерном классе и предполагают решение прикладных задач по индивидуальным вариантам с использованием пакетов прикладных программ (по соответствующей теме дисциплины). Студенты решают задачи с использованием возможностей математических пакетов (ППП Matlab, ППП COMSOL MULTIPHYSICS) и реализуя алгоритмы изученных методов.</p>

6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)	Трудоемкость в академических часах
1	Введение в метод конечных элементов и численное моделирование	Самостоятельная работа по теме практической работы	4
2	Основы МКЭ. Базисные функции. Основные положения метода взвешенных невязок.	Самостоятельная работа по теме практической работы	4
3	Конечно-элементный метод Галеркина для реализации моделей в постановке краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	Самостоятельная работа по теме практической работы	4
4	МКЭ для решения стационарных задач математической физики	Самостоятельная работа по теме практической работы	4
5	МКЭ для решения нестационарных задач математической физики	Самостоятельная работа по теме практической работы	4
6	Обзор современного специализированного программного обеспечения для КЭ моделирования	Самостоятельная работа по теме практической работы	4

	систем. Возможности системы моделирования COMSOL MULTIPHYSICS.		
7	Зачет	Самостоятельная работа по теме практической работы	13.8

7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 24.03.01 – «Ракетные комплексы и космонавтика» реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

При преподавании дисциплины «Метод конечных элементов» используются как традиционные (лекция, проблемная лекция, лекция-семинар), так и инновационные технологии (применение мультимедийного проектора, семинар-дискуссия, «мозговой штурм», «метод проектов», возможно использование ресурсов сети Internet и электронных учебников). Лекционные занятия проводятся с использованием традиционной, активной и интерактивной форм обучения. Практические занятия проводятся с использованием активных и интерактивных форм обучения.

8. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Примерные вопросы к зачету:

1. Общие принципы построения математических моделей. Классификация моделей. Численное моделирование задач механики сплошных сред.
2. Методология математического моделирования и МКЭ. МКЭ как математический аппарат реализации моделей сложных систем.
3. Общая структура алгоритма МКЭ. Система базисных и весовых функций. Кусочно-постоянные базисные функции, кусочно-линейные непрерывные базисные функции. Линейно независимая система базисных функций, функции формы.
4. Аппроксимация с помощью метода взвешенных невязок. Весовые функции и методы взвешенных невязок: метод поточечной коллокации, коллокация по подобластям, метод Галеркина, метод наименьших квадратов.
5. Конечно-элементная аппроксимация решений дифференциальных уравнений и требование гладкости. Слабая формулировка метода Галеркина. Основные этапы решения задач с помощью МКЭ на примере решения одномерной краевой задачи теплопроводности с граничными условиями первого рода.
6. Обобщение метода конечных элементов на двумерные и трехмерные задачи. Двумерные и трехмерные конечные элементы линейного типа. Принципы разбиения плоских областей на конечные элементы. Ленточные матрицы жесткости. Формирование многомерных базисных функций, ансамблирование и построение глобальных СЛАУ.
7. Случай граничных условий, содержащих производные. Метод конечных элементов в многомерных стационарных задачах математической физики. Моделирование двумерных задач теплопроводности треугольными и прямоугольными конечными элементами.
8. Метод конечных элементов для решения двумерной модельной задачи теории упругости в напряжениях с использованием треугольных конечных элементов.
9. Метод конечных элементов в многомерных нестационарных задачах математической физики. Особенности дискретизации задачи по времени.
10. Погрешность конечно-элементного решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Погрешность конечно-элементного решения задач для уравнений с частными производными.
11. Конечно-элементные системы научных и инженерных расчетов. Современные FEA

системы. Сравнительная характеристика систем.

9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) литература

1. Румянцев, А. В. Метод конечных элементов в задачах теплопроводности : учебное пособие / А. В. Румянцев. — Калининград : Балтийский федеральный университет им. Иммануила Канта, 2011. — 113 с. — ISBN 978-5-9971-0210-4. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/23800.html> (дата обращения: 09.04.2024). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Кондаков, Н. С. Основы численных методов : практикум / Н. С. Кондаков. — Москва : Московский гуманитарный университет, 2014. — 92 с. — ISBN 978-5-98079-981-6. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/39690.html> (дата обращения: 09.04.2024). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Присекин, В. Л. Основы метода конечных элементов в механике деформируемых тел : учебник / В. Л. Присекин, Г. И. Расторгуев. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2010. — 238 с. — ISBN 978-5-7782-1287-9. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/45417.html> (дата обращения: 09.04.2024). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
4. Формалев В. Ф. Численные методы [Текст] : учеб. пособие: рек. НМС Мин. обр. РФ / В. Ф. Формалев, Д. Л. Ревизников ; под ред. А. И. Кибзуна. - 2-е изд., испр. и доп. - М. : Физматлит, 2006. - 399 с. 6. Метод конечных элементов: сб. учеб.-метод. материалов для направления подготовки 24.03.01/ АмГУ, ФМиИ; сост. А. Г. Масловская. - Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2017. - 14 с. Режим доступа: http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/7792.pdf

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

№	Наименование	Описание
1	http://www.amursu.ru	Официальный сайт ФГОУ ВО «Амурский государственный университет»
2	http://www.iprbookshop.ru/	Научно-образовательный ресурс для решения задач обучения в России и за рубежом. Уникальная платформа ЭБС IPRbooks объединяет новейшие информационные технологии и учебную лицензионную литературу
3	http://e.lanbook.com	Электронно-библиотечная система Издательство «Лань» – тематические пакеты: математика, физика, инженерно-технические науки. Ресурс, включающий в себя как электронные версии книг издательства «Лань» и других ведущих издательств учебной литературы, так и электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам.

в) профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№	Наименование	Описание
1	https://scholar.google.ru/	GoogleScholar — поисковая система по полным текстам научных публикаций всех форматов и дисциплин.
2	https://elibrary.ru/	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU - российский информационно-аналитический портал в области науки, технологии, медицины и образования

3	http://neicon.ru	Полнотекстовый архив ведущих западных научных журналов на российской платформе Национального электронно-информационного консорциума (НЭИКОН)
4	http://www.mathnet.ru/	Math- Net.Ru. Общероссийский математический портал. Современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.
5	https://uisrussia.msu.ru/	Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ).

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Занятия по дисциплине проводятся в специальных помещениях, представляющих собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории. Все помещения, в которых проводятся занятия, соответствуют действующим противопожарным правилам и нормам.

Каждый обучающийся обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронно-библиотечным системам и к электронной информационно-образовательной среде университета. Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

На занятиях применяется следующее техническое оборудование: ЭВМ, проектор. Лекции проводятся в стандартной аудитории, оснащенной в соответствии с требованиями преподавания теоретических дисциплин, включая мультимедиа-проектор. Практические занятия проводятся в компьютерном классе, рассчитанном на 10 посадочных рабочих мест пользователей, в котором установлен и применяются пакеты прикладных программ Matlab и COMSOL MULTIPHYSICS. Данное оборудование и программное обеспечение применяется при изучении дисциплины.