

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Амурский государственный университет"

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и научной  
работе

Лейфа А.В. Лейфа

11 июня 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
«ВЕКТОРНЫЙ И ТЕНЗОРНЫЙ АНАЛИЗ»

Направление подготовки 03.03.02 Физика

Направленность (профиль) образовательной программы – Физика

Квалификация выпускника – Бакалавр

Год набора – 2024

Форма обучения – Очная

Курс 2 Семестр 3

Экзамен 3 сем

Общая трудоемкость дисциплины 144.0 (академ. час), 4.00 (з.е)

Составитель А.Н. Дудин, Старший преподаватель,

Институт компьютерных и инженерных наук

Кафедра математического анализа и моделирования

Рабочая программа составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта ВО для направления подготовки 03.03.02 Физика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 07.08.20 № 891

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математического анализа и моделирования

01.02.2024 г. , протокол № 6

Заведующий кафедрой Максимова Н.Н. Максимова

СОГЛАСОВАНО

Учебно-методическое управление

Чалкина Н.А. Чалкина

11 июня 2024 г.

СОГЛАСОВАНО

Научная библиотека

Петрович О.В. Петрович

11 июня 2024 г.

СОГЛАСОВАНО

Выпускающая кафедра

Стукова Е.В. Стукова

11 июня 2024 г.

СОГЛАСОВАНО

Центр цифровой трансформации и  
технического обеспечения

Тодосейчук А.А. Тодосейчук

11 июня 2024 г.

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### Цель дисциплины:

Основной целью преподавания дисциплины является обеспечение уровня знаний по данной дисциплине в соответствии с требованиями государственного стандарта высшего образования.

### Задачи дисциплины:

Основными задачами изучения дисциплины являются: изучение основных понятий, принципов и методов векторного и тензорного анализа, овладение навыками исследования и решения задач.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» входит в модуль «Математика» является дисциплиной обязательной части учебного плана образовательной программы.

Математической основой курса являются такие дисциплины, как математический анализ, аналитическая геометрия и линейная алгебра, дифференциальные уравнения. Освоение этой дисциплины необходимо для изучения дисциплин модуля «Теоретическая физика».

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ИНДИКАТОРЫ ИХ ДОСТИЖЕНИЯ

### 3.1 Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ИД-1 <sub>ОПК-1</sub> Знает основные понятия и законы физики и других естественных наук, методы математического анализа, алгебры и геометрии. ИД-2 <sub>ОПК-1</sub> Умеет решать стандартные профессиональные задачи с применением физико-математических и естественнонаучных знаний, методов научного анализа и моделирования. ИД-3 <sub>ОПК-1</sub> Владеет навыками теоретических и экспериментальных исследований в сфере профессиональной деятельности.

## 4. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4.00 зачетных единицы, 144.0 академических часов.

1 – № п/п

2 – Тема (раздел) дисциплины, курсовая работа (проект), промежуточная аттестация

3 – Семестр

4 – Виды контактной работы и трудоемкость (в академических часах)

4.1 – Л (Лекции)

4.2 – Лекции в виде практической подготовки

4.3 – ПЗ (Практические занятия)

4.4 – Практические занятия в виде практической подготовки

4.5 – ЛР (Лабораторные работы)

4.6 – Лабораторные работы в виде практической подготовки

4.7 – ИКР (Иная контактная работа)

4.8 – КТО (Контроль теоретического обучения)

4.9 – КЭ (Контроль на экзамене)

5 – Контроль (в академических часах)

6 – Самостоятельная работа (в академических часах)

7 – Формы текущего контроля успеваемости

1	2	3	4									5	6	7
			4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9			
1	Векторы и векторные функции	3	4		4								8	Домашние задания, индивидуальное задание №1
2	Кратные интегралы и интегралы общего вида	3	12		12								12	Домашние задания, индивидуальное задание №2
3	Элементы теории поля	3	8		8								10	Домашние задания
4	Элементы тензорного анализа	3	10		10								10	Домашние задания, контрольная работа
5	Экзамен	3									0.3	35.7		
	Итого		34.0		34.0		0.0	0.0	0.0	0.3	35.7	40.0		

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Лекции

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)
1	Векторы и векторные функции	Прямоугольная декартова система координат. Полярная система координат. Сферические и цилиндрические координаты точки. Линейные операции над векторами. Действия над векторами, заданными в координатной форме. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов. Векторная функция одного скалярного аргумента. Кривая. Векторная функция двух скалярных аргументов. Поверхности. Векторная функция трех скалярных аргументов.
2	Кратные интегралы и интегралы общего вида	Двойной интеграл. Двукратный интеграл. Вычисление двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах. Вычисление площадей и объемов с помощью двойных интегралов. Вычисление площади

		поверхности. Тройной интеграл. Трехкратный интеграл. Теорема о вычислении тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Тройной интеграл в сферических координатах. Криволинейный интеграл 1-го рода. Криволинейный интеграл второго рода. Вычисление криволинейного интеграла второго рода. Вычисление площади с помощью криволинейного интеграла. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Поверхностные интегралы 1-го рода. Поверхностные интегралы 2-ого рода. Формула Стокса. Формула Остроградского.
3	Элементы теории поля	Скалярное поле. Векторное поле. Ориентированная поверхность. Поток векторного поля через ориентированную поверхность. Дивергенция векторного поля. Циркуляция и ротор векторного поля. Потенциальное векторное поле. Оператор Гамильтона.
4	Элементы тензорного анализа	Криволинейная система координат. Ковариантные и контравариантные координаты вектора. Тензоры и алгебраические операции над ними. Метрический и дискриминантный тензоры. Тензоры 2-го ранга. Дифференцирование тензоров.

## 5.2. Практические занятия

Наименование темы	Содержание темы
Векторы и векторные функции.	Линейные операции над векторами. Действия над векторами, заданными в координатной форме. Скалярное, векторное, смешанное произведение векторов. Векторные функции. Кривые и поверхности в $R^3$ .
Кратные интегралы и интегралы общего вида	Вычисление двойного интеграла. Замена переменных в двойном интеграле. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах. Вычисление площадей и объемов с помощью двойных интегралов. Вычисление площади поверхности. Вычислении тройного интеграла. Замена переменных в тройном интеграле. Тройной интеграл в цилиндрических координатах. Тройной интеграл в сферических координатах. Вычисление криволинейных интегралов. Формула Грина. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования. Поверхностные интегралы. Формула Стокса. Формула Остроградского.
Элементы теории поля	Скалярное поле. Векторное поле. Ориентированная поверхность. Поток векторного поля через

	ориентированную поверхность. Дивергенция векторного поля. Циркуляция и ротор векторного поля. Потенциальное векторное поле. Оператор Гамильтона.
Элементы тензорного анализа	Криволинейная система координат. Ковариантные и контравариантные координаты вектора. Тензоры и алгебраические операции над ними. Метрический и дискриминантный тензоры. Тензоры 2-го ранга. Дифференцирование тензоров.

## 6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)	Трудоемкость в академических часах
1	Векторы и векторные функции	Домашние задания, индивидуальное задание №1.	8
2	Кратные интегралы и интегралы общего вида	Домашние задания, индивидуальное задание №2	12
3	Элементы теории поля	Домашние задания.	10
4	Элементы тензорного анализа	Домашние задания.	10

## 7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02-Физика реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Лекции: традиционное и проблемное изложение теоретического материала, текущий устный опрос, коллоквиумы, использование интерактивных обучающих мультимедиа средств; практические занятия: интерактивные методы решения задач, мозговой штурм, использование наглядных средств, контрольные работы; консультации, самостоятельная работа.

Не имитационные методы обучения: проблемная лекция.

Игровые имитационные методы обучения: мозговой штурм.

## 8. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания, типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций, а также методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков отражены в фонде оценочных средств по дисциплине «Векторный и тензорный анализ».

Оценочные средства состоят из вопросов к экзамену, вариантов контрольных работ, проверочных тестов по пройденному теоретическому материалу, домашних заданий и индивидуальных расчетно-графических работ.

На семинарах и практических занятиях студенты разбирают и решают задачи, указанные преподавателем к каждому семинару, разбирают и повторяют основные

понятия и теоремы, доказанные на лекциях. Текущий контроль включает в себя тестовые письменные задания, аудиторские самостоятельные и контрольные работы, домашние задания, коллоквиумы, расчетно-графическую работу, промежуточное и итоговое тестирование. Итоговой аттестацией является экзамен. Ниже приведён примерный перечень контрольных вопросов к экзамену.

Вопросы к экзамену 3-й семестр

1. Криволинейный интеграл 1-го рода. Вычисление криволинейного интеграла 1-ого рода.
2. Криволинейный интеграл второго рода, его свойства.
3. Вычисление криволинейного интеграла второго рода.
4. Вычисление площади с помощью криволинейного интеграла.
5. Формула Грина.
6. Условие независимости криволинейного интеграла от пути интегрирования.
7. Поверхностные интегралы 1-ого рода.
8. Поверхностные интегралы 2-ого рода.
9. Формула Стокса.
10. Формула Остроградского.
11. Векторная функция.
12. Поверхности в  $R^3$ .
13. Скалярное поле. Градиент. Линии и поверхности уровня.
14. Векторное поле. Векторные линии.
15. Ориентированная поверхность.
16. Поток векторного поля через ориентированную поверхность.
17. Дивергенция векторного поля.
18. Циркуляция и ротор векторного поля.
19. Потенциальное векторное поле.
20. Оператор Гамильтона.
21. Ковариантный и контравариантный базисы криволинейной системы координат.
22. Фундаментальная матрица  $(g_{ij})$  криволинейной системы координат. Связь между ковариантными и контравариантными компонентами вектора.
23. Алгебраические операции для элементов координатных базисов  $e_i$  и  $e^i$  и их свойства. Полиады.
24. Тензор ранга  $n$ . Алгебраические операции для тензоров ранга  $n$  и их свойства.
25. Операции симметрирования и альтернирования тензоров. Свертка тензоров.
26. Критерий, устанавливающий тензорный характер объекта. Теорема деления тензоров.
27. Разложение тензора 2-го ранга на составляющие. Шаровой тензор и девиатор.
28. Производные базисных векторов  $e_i$  и  $e^i$  вдоль координатных линий. Символы Кристоффеля и их свойства.
29. Производная векторной функции по координатам криволинейной системы. Векторный градиент.
30. Ковариантные и контравариантные производные от ковариантных и контравариантных компонент вектора.
31. Дивергенция вектора и вихрь (ротор) векторного поля в криволинейных координатах.
32. Тензорный градиент. Ковариантные и контравариантные производные от компонент тензора.
33. Свойства ковариантного дифференцирования компонент тензоров.

## **9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

а) литература

1. Фоменко, Т. Н. Высшая математика. Общая алгебра. Элементы тензорной алгебры : учебник и практикум для вузов / Т. Н. Фоменко. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 121 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08097-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: [https:// urait.ru/ bcode/515259](https://urait.ru/bcode/515259) (дата обращения: 02.10.2023).
2. Волкова В.И. Векторный и тензорный анализ : учебное пособие (курс лекций) / Волкова В.И., Закинян Р.Г.. — Ставрополь : Северо- Кавказский федеральный университет, 2022. — 128 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https:// www.iprbookshop.ru/135775.html> (дата обращения: 10.06.2024). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
3. Векторный и тензорный анализ : учебное пособие / составители В. А. Кыров, Г. Г. Михайличенко. — Горно- Алтайск : ГАГУ, 2019. — 60 с. — Текст : электронный // Лань : электронно- библиотечная система. — URL: <https:// e.lanbook.com/ book/159334> (дата обращения: 10.06.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Акивис, Макс Айзикович. Тензорное исчисление [Текст] : учеб. пособие: рек. Мин. обр. РФ / М. А. Акивис, В. В. Гольдберг. - 3-е изд., перераб. - М. : Физматлит, 2005. - 304 с. : рис. - Библиогр.: с. 294. - Предм. указ.: с. 296. - ISBN 5-9221-0424-1 (в пер.)
5. Горлач, Б. А. Тензорная алгебра и тензорный анализ : учебное пособие / Б. А. Горлач. — Санкт- Петербург : Лань, 2022. — 160 с. — ISBN 978-5-8114-1834-3. — Текст : электронный // Лань : электронно- библиотечная система. — URL: <https:// e.lanbook.com/ book/211781> (дата обращения: 10.06.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
6. Келлер, И. Э. Тензорное исчисление : учебное пособие / И. Э. Келлер. — Санкт- Петербург : Лань, 2022. — 176 с. — ISBN 978-5-8114-1352-2. — Текст : электронный // Лань : электронно- библиотечная система. — URL: <https:// e.lanbook.com/ book/210944> (дата обращения: 10.06.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

№	Наименование	Описание
1	<a href="http://www.amursu.ru">http://www.amursu.ru</a>	Официальный сайт ФГОУ ВО «Амурский государственный университет»
2	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>	Научно- образовательный ресурс для решения задач обучения в России и за рубежом. Уникальная платформа ЭБС IPRbooks объединяет новейшие информационные технологии и учебную лицензионную литературу
3	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>	Электронно- библиотечная система Издательство «Лань» – тематические пакеты: математика, физика, инженерно- технические науки. Ресурс, включающий в себя как электронные версии книг издательства «Лань» и других ведущих издательств учебной литературы, так и электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам.

в) профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№	Наименование	Описание
1	<a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>	GoogleScholar — поисковая система по полным текстам научных публикаций всех форматов и дисциплин.
2	<a href="https://elibrary.ru/">https://elibrary.ru/</a>	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU - российский информационно- аналитический портал в области науки, технологии, медицины и образования
3	<a href="http://neicon.ru">http://neicon.ru</a>	Полнотекстовый архив ведущих западных научных



		журналов на российской платформе Национального электронно-информационного консорциума (НЭИКОН)
4	<a href="https://uisrussia.msu.ru/">https://uisrussia.msu.ru/</a>	Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ).
5	<a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a>	Math- Net.Ru. Общероссийский математический портал. Современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.

#### **10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Занятия по дисциплине «Векторный и тензорный анализ» проводятся в специальных помещениях, представляющих собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории. Все помещения, в которых проводятся занятия, соответствуют действующим противопожарным правилам и нормам.

Каждый обучающийся обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронно-библиотечным системам и к электронной информационно-образовательной среде университета.

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется в помещениях, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета

Специального оборудования для освоения и преподавания дисциплины не требуется. Для наглядности представляемого материала студентами и преподавателем используется мультимедиа.