

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Амурский государственный университет"

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и научной  
работе

Лейфа А.В. Лейфа

28 мая 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
«МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) образовательной программы – Прикладная математика и информатика

Квалификация выпускника – Бакалавр

Год набора – 2024

Форма обучения – Очная

Курс 1,2 Семестр 1,2,3,4

Экзамен 1,2,3,4 сем

Общая трудоемкость дисциплины 900.0 (академ. час), 25.00 (з.е)

Составитель Н.Н. Максимова, доцент, канд. физ.-мат. наук

Институт компьютерных и инженерных наук

Кафедра математического анализа и моделирования

Рабочая программа составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта ВО для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 10.01.18 № 9

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математического анализа и моделирования

01.02.2024 г. , протокол № 6

Заведующий кафедрой Максимова Н.Н. Максимова

СОГЛАСОВАНО

Учебно-методическое управление

Чалкина Н.А. Чалкина

28 мая 2024 г.

СОГЛАСОВАНО

Научная библиотека

Петрович О.В. Петрович

28 мая 2024 г.

СОГЛАСОВАНО

Выпускающая кафедра

Максимова Н.Н. Максимова

28 мая 2024 г.

СОГЛАСОВАНО

Центр цифровой трансформации и  
технического обеспечения

Тодосейчук А.А. Тодосейчук

28 мая 2024 г.

## **1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Цель дисциплины:**

Дисциплина «Математический анализ» является фундаментальной дисциплиной при осуществлении математического обучения.

Важнейшая задача данной дисциплины – достаточно строго в логической последовательности изложить основы математического анализа, привить студентам навыки самостоятельной работы, начиная с первых дней обучения в университете, что будет служить основой дальнейшей исследовательской деятельности будущих бакалавров.

Математическое образование следует рассматривать как важную составляющую подготовки специалиста, поскольку математические методы являются не только мощным средством решения прикладных задач, а также универсальным языком науки, но и элементом общей культуры, а в целом и развития личности.

Основными целями дисциплины являются:

- формирование математической культуры студентов;
- фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа;
- овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.
- подготовка студента к восприятию математического аппарата специальных дисциплин, чтению специальной литературы;
- обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и решения физико-математических задач, соответствующих его будущей специальности;
- формирование математического образования студента таким образом, чтобы в дальнейшем он мог творчески применить известные методы к задачам своей профессиональной деятельности;
- формирование логического мышления, способности к абстрагированию, и умению «работать» с «неосвязаемыми» объектами.

### **Задачи дисциплины:**

- изучение базовых понятий и математических методов;
- освоение основных приемов решения практических задач по темам дисциплины;
- употребления математической символики для выражения количественных и качественных отношений объектов;
- подготовка к поиску и анализу профильной научно-технической информации, необходимой для решения конкретных научно-исследовательских и прикладных задач, в том числе при выполнении междисциплинарных проектов;
- привитие общематематической культуры: умение логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи между понятиями.

## **2. МЕСТО УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ**

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) учебного плана по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика».

Изучение курса базируется на школьном курсе математики, факультатива «Адаптивный курс математики» и дисциплины «Алгебра и геометрия».

Освоение математического анализа необходимо для изучения всех дисциплин фундаментальной и прикладной математики. Понятия, методы исследования математического анализа непосредственно используются во многих разделах естествознания, пронизывают все фундаментальные общематематические курсы и имеют универсальное значение.

## **3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА И ИНДИКАТОРЫ ИХ ДОСТИЖЕНИЯ**

### 3.1 Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения

Категория (группа) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИДК-1ОПК-1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ИДК-2ОПК-1 Умеет использовать в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук ИДК-3ОПК-1 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений

## 4. СТРУКТУРА УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

Общая трудоемкость учебного предмета составляет 25.00 зачетных единицы, 900.0 академических часов.

1 – № п/п

2 – Тема (раздел) учебного предмета, курсовая работа (проект), промежуточная аттестация

3 – Семестр

4 – Виды контактной работы и трудоемкость (в академических часах)

4.1 – Л (Лекции)

4.2 – Лекции в виде практической подготовки

4.3 – ПЗ (Практические занятия)

4.4 – Практические занятия в виде практической подготовки

4.5 – ЛР (Лабораторные работы)

4.6 – Лабораторные работы в виде практической подготовки

4.7 – ИКР (Иная контактная работа)

4.8 – КТО (Контроль теоретического обучения)

4.9 – КЭ (Контроль на экзамене)

5 – Контроль (в академических часах)

6 – Самостоятельная работа (в академических часах)

7 – Формы текущего контроля успеваемости

1	2	3	4									5	6	7
			4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9			
1	Множество действительных чисел	1	4		8								15	Устный опрос Домашние задания Конспект «Основные элементарные

																	функции, их свойства и графики» с опросом	
2	Теория пределов	1	10		20												35	Устный опрос Домашние задания Самостоятельная работа «Вычисление пределов» Конспект «Первый и второй замечательные пределы»
3	Функция: непрерывность, производная	1	20		40												64	Устный опрос Домашние задания Расчетно-графическая работа «Введение в анализ» Математический диктант «Производные элементарных функций и правила дифференцирования» Контрольная работа «Вычисление производных» Расчетно-графическая работа «Исследование функции и построение графика»
4	Экзамен 1 семестр	1											0.3	35.7				Подготовка к экзамену
5	Неопределенный интеграл	2	18		36												30	Устный опрос Домашние задания Математический диктант «Первообразные элементарных функций» Контрольная

																		работа «Вычисление неопределенн ых интегралов» Коллоквиум «Методы вычисления неопределенн ых интегралов»
6	Определенный интеграл	2	12		28												25	Устный опрос Домашние задания Контрольная работа «Определенный интеграл» Индивидуальная работа «Приложения определенных интегралов»
7	Несобственные интегралы	2	4		4												5	Устный опрос Домашние задания Самостоятельная работа «Сходимость несобственных интегралов»
8	Экзамен 2 семестр	2									0.3	53.7						Подготовка к экзамену
9	Функции многих переменных	3	14		32												36	Устный опрос Домашние задания Контрольная работа «Частные производные» Расчетно-графическая работа «Исследование функций на экстремум»
10	Интегралы, зависящие от параметра	3	4		4												4	Устный опрос Домашние задания Самостоятельная работа "Интегралы, зависящие о

																		параметра"	
11	Кратные интегралы (двойные и тройные интегралы)	3	16		32													38	Устный опрос Домашние задания Контрольная работа «Вычисление кратных интегралов» Расчетно-графическая работа «Приложения кратных интегралов»
12	Экзамен 3 семестр												0.3	35.7					Подготовка к экзамену
13	Криволинейные интегралы	4	6		12													12	Устный опрос Домашние задания Индивидуальная работа "Вычисление криволинейных интегралов"
14	Элементы теории поля	4	6		12													12	Устный опрос Домашние задания Самостоятельная работа «Вычисление поверхностных интегралов»
15	Числовые ряды	4	10		20													28	Устный опрос Домашние задания Расчетно-графическая работа «Исследование сходимости числовых рядов» Коллоквиум «Числовые ряды»
16	Функциональные последовательности и ряды	4	6		12													12	Устный опрос Домашние задания Самостоятельная работа «Исследование сходимости

													функциональ ных рядов»
17	Ряды Фурье	4	6		12							14	Устный опрос Домашние задания Расчетно- графическая работа «Разложение функций в ряд Фурье»
18	Экзамен 4 семестр									0.3	35.7		Подготовка к экзамену
	Итого		136.0		272.0		0.0	0.0	0.0	1.2	160.8	330.0	

## 5. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА

### 5.1. Лекции

№ п/ п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)
1	Множество действительных чисел	Предмет математического анализа, сведения о множествах и логической символике, отображение и функции. Действительные числа: алгебраические свойства множества $\mathbb{R}$ действительных чисел; аксиома полноты множества $\mathbb{R}$ . Действия над действительными числами, принцип Архимеда. Основные принципы полноты множества $\mathbb{R}$ : существование точной верхней (нижней) грани числового множества. Принцип вложенных отрезков, дедекиндово сечение, лемма о конечном покрытии.
2	Теория пределов	Теория пределов: предел числовой последовательности; основные свойства и признаки существования предела. Предельные точки множества и теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности; предел монотонной последовательности. Число « $\epsilon$ », верхний и нижний пределы; критерий Коши существования предела. Понятие ряда: сумма ряда, сходимость ряда, необходимый признак сходимости ряда. Предел функции в точке; свойства пределов; бесконечно малые и бесконечно большие функции и последовательности. Предел отношения синуса бесконечно малого аргумента к аргументу; общая теория предела; предел функции по базису фильтра (по базе). Символы « $o$ », « $O$ », « $\sim$ ». Итерационные последовательности; простейшая форма принципа неподвижной точки для сжимающего отображения отрезка, итерационный метод решения функциональных уравнений

3	Функция: непрерывность, производная	<p>Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; непрерывность функции от функции.</p> <p>Точка разрыва; ограниченность функции, непрерывной на отрезке; существование наибольшего и наименьшего значений; прохождение через все промежуточные значения.</p> <p>Равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке; монотонные функции, существование и непрерывность обратной функции, непрерывность элементарных функций.</p> <p>Дифференциалы и производные: дифференцируемость функции в точке; производная в точке.</p> <p>Дифференциал и их геометрический смысл; механический смысл производной; правила дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница.</p> <p>Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях.</p> <p>Локальная формула Тейлора; асимптотические разложения элементарных функций; формула Тейлора с остаточным членом.</p> <p>Применение дифференциального исчисления к исследованию функций: признаки постоянства, монотонность, экстремумы.</p> <p>Применение дифференциального исчисления к исследованию функций: выпуклость, точки перегиба, раскрытие неопределенностей.</p> <p>Геометрические приложения дифференциального исчисления.</p>
4	Неопределенный интеграл	<p>Неопределенный интеграл: первообразная функция, неопределенный интеграл и его основные свойства.</p> <p>Таблица формул интегрирования; замена переменной, интегрирование по частям.</p> <p>Интегрирование рациональных функций.</p> <p>Интегрирование некоторых простейших иррациональных и трансцендентных функций.</p> <p>Метод Остроградского. Подстановки Эйлера.</p> <p>Интегрирование бинома.</p>
5	Определенный интеграл	<p>Определенный интеграл: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла; определенный интеграл Римана.</p> <p>Критерий интегрируемости; интегрируемость непрерывной функции. Интегрируемость монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва.</p> <p>Свойства определенного интеграла, теорема о среднем значении.</p> <p>Дифференцирование по переменному верхнему пределу; существование первообразной от</p>

		<p>непрерывной функции.</p> <p>Связь определенного интеграла с неопределенным: формула Ньютона – Лейбница; замена переменной; интегрирование по частям. Длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения.</p>
6	Несобственные интегралы	<p>Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами и интегралы от неограниченных функций; признаки сходимости.</p>
7	Функции многих переменных	<p>Функции многих переменных: евклидово пространство <math>n</math> измерений; обзор основных метрических и топологических характеристик точечных множеств евклидова пространства.</p> <p>Функции многих переменных, пределы, непрерывность; свойства непрерывных функций.</p> <p>Дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению.</p> <p>Градиент; достаточное условие дифференцируемости; касательная плоскость и нормаль к поверхности.</p> <p>Дифференцирование сложных функций; частные производные высших порядков, свойства смешанных производных.</p> <p>Дифференциалы высших порядков; формула Тейлора для функций нескольких переменных; экстремум.</p> <p>Отображения <math>R^n</math> в <math>R^m</math>, их дифференцирование, матрица производной. Якобианы; теоремы о неявных функциях; замена переменных. Зависимость функций.</p> <p>Исследование функций на экстремум.</p>
8	Интегралы, зависящие от параметра	<p>Интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; несобственные интегралы, зависящие от параметра: равномерная сходимость, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру.</p> <p>Применение к вычислению некоторых интегралов; функции, определяемые с помощью интегралов, бета- и гамма-функции Эйлера.</p>
9	Кратные интегралы (двойные и тройные интегралы)	<p>Двойной интеграл и интегралы высшей кратности: двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства; приведение двойного интеграла к повторному.</p> <p>Замена переменных в двойном интеграле; понятие об аддитивных функциях области; площадь поверхности;</p> <p>Механические и физические приложения двойных</p>

		интегралов; интегралы высшей кратности; их определение, вычисление и простейшие свойства; Несобственные кратные интегралы.
10	Криволинейные интегралы	Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности: криволинейные интегралы; формула Грина; интегралы по поверхности; формула Остроградского; элементарная формула Стокса; условия независимости криволинейного интеграла от формы пути.
11	Элементы теории поля	Элементы теории поля: скалярное поле; векторное поле; поток, расходимость, циркуляция, вихрь; векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса; потенциальное поле; векторные линии и векторные трубки; соленоидальное поле; оператор «набла».
12	Числовые ряды	Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ряды; сравнение рядов. Признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости; признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость; преобразование Абеля и его применение к рядам. Перестановка членов абсолютно сходящегося ряда; теорема Римана; операции над рядами; двойные ряды; понятие о бесконечных произведениях.
13	Функциональные последовательности и ряды	Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость; признаки равномерной сходимости; теорема о предельном переходе; теоремы о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании. Степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши – Адамара; равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда; почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряд Тейлора; разложение элементарных функций в степенные ряды; оценка с помощью формулы Тейлора погрешности при замене функции многочленом; ряды с комплексными членами; формулы Эйлера. Применение рядов к приближенным вычислениям; теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.
14	Ряды Фурье	Ряды Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая система; ряд Фурье; равномерная сходимость ряда Фурье; Признаки сходимости ряда Фурье в точке; принцип локализации; минимальное свойство частных сумм ряда Фурье; неравенство Бесселя; достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье; сходимость в

		среднем; равенство Парсеваля; Интеграл Фурье и преобразование Фурье.
--	--	---

## 5.2. Практические занятия

Наименование темы	Содержание темы
Семестр 1 Практические занятия № 1-4	Метод математической индукции. Бином Ньютона. Доказательство равенств и неравенств. Ограниченные и неограниченные, счётные и несчётные числовые множества. Точные верхние и нижние грани.
Семестр 1 Практические занятия № 5-14	Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Предел последовательности. Предел монотонной последовательности. Число $e$ . Предел монотонной последовательности. Критерий Коши существования предела последовательности. Предельные точки последовательности и множества. Верхние и нижние пределы последовательности.
Семестр 1 Практические занятия № 15-34	Функция одной переменной. Предел функции. Условия его существования. Вычисление пределов функций. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Асимптотическое сравнение функций: $o$ - и $O$ - символика, эквивалентность. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва. Равномерная непрерывность. Производная и дифференциал. Основные правила вычисления. Производные функций, заданных параметрически, обратных и сложных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Основные свойства дифференцируемых функций. Равномерная непрерывность. Раскрытие неопределённостей – правила Лопиталья. Формула Тейлора. Возрастание и убывание функции. Направление выпуклости. Точки перегиба графика функции. Асимптоты. Локальные экстремумы. Наибольшее и наименьшее значения функции на множестве. Построение графиков (декартовы, полярные, параметрические координаты).
Семестр 2 Практические занятия № 1-18	Первообразная и неопределённый интеграл. Основные правила интегрирования. Интегрирование рациональных функций (дробей). Интегрирование иррациональных и тригонометрических выражений.
Семестр 2 Практические занятия № 19-32	Определённый интеграл. Основные понятия. Вычисление определённых интегралов. Оценки интегралов, теоремы о среднем. Применение определённого интеграла к вычислению

	<p>площадей плоских фигур.          Применение определённого интеграла к вычислению длин дуг кривых.          Применение определённого интеграла к вычислению объёмов и площадей поверхностей.</p>
<p>Семестр 2          Практические занятия № 33-34</p>	<p>Несобственные интегралы 1 и 2 рода.</p>
<p>Семестр 3          Практические занятия № 1-7</p>	<p>Предел и непрерывность функции нескольких переменных.          Частные производные и дифференциал функции нескольких переменных.          Дифференцируемость сложной функции.          Производные и дифференциалы высших порядков.          Формула Тейлора. Различные представления остаточного члена.          Производная по направлению. Градиент, его геометрические приложения.          Дифференцирование сложных функций; частные производные высших порядков, свойства смешанных производных.          Дифференциалы высших порядков; формула Тейлора для функций нескольких переменных; экстремум.          Отображения <math>R^n</math> в <math>R^m</math>, их дифференцирование, матрица производной. Якобианы; теоремы о неявных функциях; замена переменных.          Экстремум функции нескольких переменных.</p>
<p>Семестр 3          Практические занятия № 8-9</p>	<p>Собственные интегралы, зависящие от параметра.          Несобственные интегралы, зависящие от параметра.          Равномерная сходимость интегралов.          Дифференцирование и интегрирование интегралов по параметру. Эйлеровы интегралы.</p>
<p>Семестр 3          Практические занятия № 10-17</p>	<p>Двойные интегралы.          Вычисление площадей. Вычисление объёмов.          Вычисление площадей поверхностей.          Тройные интегралы. Приложения двойных и тройных интегралов к механике.</p>
<p>Семестр 4          Практические занятия № 1-6</p>	<p>Криволинейные интегралы 1 и 2 рода. Формула Грина.</p>
<p>Семестр 4          Практические занятия № 7-12</p>	<p>Поверхностные интегралы 1 и 2 рода. Формула Стокса. Формула Остроградского.</p>
<p>Семестр 4          Практические занятия № 13-22</p>	<p>Признаки сходимости знакопостоянных рядов.          Признаки сходимости знакопеременных рядов.          Действия над рядами.</p>
<p>Семестр 4          Практические занятия № 23-28</p>	<p>Функциональные последовательности.          Функциональные ряды.          Степенные ряды.          Суммирование рядов. Нахождение определенных интегралов с помощью рядов.</p>
<p>Семестр 4          Практические занятия № 29-34</p>	<p>Ряды Фурье и их свойства.          Комплексная форма ряда Фурье.</p>

**6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА**

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)	Трудоемкость в академических часах
1	Множество действительных чисел	Устный опрос Домашние задания Конспект «Основные элементарные функции, их свойства и графики» с опросом	15
2	Теория пределов	Устный опрос Домашние задания Самостоятельная работа «Вычисление пределов» Конспект «Первый и второй замечательные пределы»	35
3	Функция: непрерывность, производная	Устный опрос Домашние задания Расчетно-графическая работа «Введение в анализ» Математический диктант «Производные элементарных функций и правила дифференцирования» Контрольная работа «Вычисление производных» Расчетно-графическая работа «Исследование функции и построение графика»	64
4	Неопределенный интеграл	Устный опрос Домашние задания Математический диктант «Первообразные элементарных функций» Контрольная работа «Вычисление неопределенных интегралов» Коллоквиум «Методы вычисления неопределенных интегралов»	30
5	Определенный интеграл	Устный опрос Домашние задания Контрольная работа «Определенный интеграл» Индивидуальная работа «Приложения определенных интегралов»	25
6	Несобственные интегралы	Устный опрос Домашние задания Самостоятельная работа «Сходимость несобственных интегралов»	5
7	Функции многих переменных	Устный опрос Домашние задания Контрольная работа «Частные	36

		производные» Расчетно- графическая работа «Исследование функций на экстремум»	
8	Интегралы, зависящие от параметра	Устный опрос Домашние задания Самостоятельная работа "Интегралы, зависящие о параметра"	4
9	Кратные интегралы (двойные и тройные интегралы)	Устный опрос Домашние задания Контрольная работа «Вычисление кратных интегралов» Расчетно- графическая работа «Приложения кратных интегралов»	38
10	Криволинейные интегралы	Устный опрос Домашние задания Индивидуальная работа "Вычисление криволинейных интегралов"	12
11	Элементы теории поля	Устный опрос Домашние задания Самостоятельная работа «Вычисление поверхностных интегралов»	12
12	Числовые ряды	Устный опрос Домашние задания Расчетно- графическая работа «Исследование сходимости числовых рядов» Коллоквиум «Числовые ряды»	28
13	Функциональные последовательности и ряды	Устный опрос Домашние задания Самостоятельная работа «Исследование сходимости функциональных рядов»	12
14	Ряды Фурье	Устный опрос Домашние задания Расчетно- графическая работа «Разложение функций в ряд Фурье»	14

## 7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

При преподавании дисциплины используются как традиционные (лекция, проблемная лекция, лекция- семинар), так и инновационные технологии (применение мультимедийного проектора при изучении отдельных тем, «мозговой штурм», «метод проектов», возможно использование ресурсов сети Internet и электронных учебников).

## 8. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Промежуточный контроль осуществляется в виде экзамена в конце каждого учебного семестра. Экзамен сдается в экзаменационную сессию. Форма сдачи экзамена – письменная, в виде ответов на вопросы и решения практических задач. После ответа на экзаменационный билет – устная беседа. Необходимым условием допуска к экзамену является сдача всех видов работ.

Примерные вопросы к экзамену:

Первый семестр

Введение в дисциплину

1. Элементы математической логики. Высказывание, предикат (определения, примеры). Основные логические операции (отрицание, конъюнкция, дизъюнкция, импликация, эквиваленция): определение, таблицы истинности. Кванторы существования и всеобщности.
2. Элементы теории множеств. Множество (определение и примеры). Подмножество (определение и примеры). Операции над множествами (пересечение, объединение, дополнение, разность): определения и примеры. Диаграммы Эйлера-Венна.
3. Множество действительных чисел. Сравнение действительных чисел. Числовые промежутки.
4. Точные грани числовых множеств. Примеры
5. Арифметическая и геометрическая прогрессии.
6. Метод математической индукции. Пример
7. Многочлен и его корни. Разложение многочлена на множители.  
Понятие функции, непрерывности, предела
8. Определение функции. Основные характеристики функции. Примеры
9. Обратная функция. Сложная функция. Примеры
10. Основные элементарные функции: степенные функции. Основные характеристики и графики
11. Основные элементарные функции: показательные функции. Основные характеристики и графики
12. Основные элементарные функции: логарифмические функции. Основные характеристики и графики
13. Основные элементарные функции: тригонометрические функции. Основные характеристики и графики
14. Основные элементарные функции: обратные тригонометрические функции. Основные характеристики и графики
15. Основные элементарные функции: гиперболические функции. Основные характеристики и графики
16. Числовая последовательность. Характеристики. Примеры
17. Предел числовой последовательности. Примеры
18. Свойства сходящихся последовательностей. Операции над последовательностями.
19. Предел монотонной ограниченной последовательности. Число  $e$ .  
Натуральные логарифмы
20. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Примеры
21. Бесконечно большие последовательности и их свойства. Связь бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей. Примеры
22. Предел функции на бесконечности. Геометрический смысл. Примеры
23. Предел функции в точке. Геометрический смысл. Примеры
24. Левосторонний и правосторонний пределы функции в точке. Геометрический смысл. Примеры
25. Бесконечно-малые функции и их свойства. Примеры
26. Бесконечно большие функции, их свойства и связь с бесконечно малыми функциями. Примеры
27. Свойства функций, имеющих предел. Арифметические действия с пределами функций. Примеры
28. Первый замечательный предел (с доказательством). Следствия из первого замечательного предела
29. Второй замечательный предел (с доказательством). Следствия из второго замечательного предела
30. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые

функции. Примеры

31. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация.

Примеры

32. Свойства функций, непрерывных на отрезке (формулировки теорем с геометрическими пояснениями).

Дифференциальное исчисление функции одной переменной

33. Задачи, приводящие к понятию производной

34. Понятие производной, ее геометрический и механический смысл. Пример нахождения производной функции по определению

35. Уравнение касательной и нормали к кривой (с обоснованием). Примеры

36. Производные элементарных функций (с выводом любых пяти формул)

37. Основные правила дифференцирования (с выводом любых трех формул)

38. Дифференцируемость функций. Дифференциал. Пример

39. Применение дифференциала в приближенных вычислениях. Пример

40. Дифференцирование функций, заданных неявно. Пример

41. Логарифмическое дифференцирование. Примеры

42. Функции, заданные параметрически, и их дифференцирование. Примеры

43. Производные и дифференциалы высших порядков. Примеры

44. Основные теоремы о дифференцируемых функциях

45. Правило Лопиталю. Примеры

46. Формула Тейлора для полинома. Формула Тейлора для произвольной функции. Пример

47. Приложения производной функции. Возрастание и убывание функций.

Экстремумы функции. Примеры

48. Приложения производной функции. Выпуклость, вогнутость графика функции, точки перегиба. Примеры

49. Асимптоты графика функции. Примеры

Второй семестр

Неопределенный интеграл

1. Первообразная. Неопределенный интеграл. Свойства неопределенного интеграла. Таблица первообразных основных функций.

2. Методы интегрирования. Метод тождественных преобразований подынтегральной функции. Примеры.

3. Методы интегрирования. Метод замены переменной интегрирования. Примеры.

4. Методы интегрирования. Метод интегрирования по частям. Примеры.

5. Методы интегрирования. Интегралы, содержащие квадратный трёхчлен. Примеры.

6. Методы интегрирования. Интегрирование рациональных дробей. Примеры.

7. Методы интегрирования. Интегрирование тригонометрических функций. Примеры.

8. Методы интегрирования. Интегрирование иррациональных функций: простейшие рациональности. Примеры.

9. Методы интегрирования. Интегрирование иррациональных функций: специальные подстановки Чебышёва. Примеры.

10. Методы интегрирования. Интегрирование иррациональных функций: специальные подстановки Эйлера. Примеры.

Определенный интеграл и его приложения

11. Определенный интеграл и его свойства (с доказательством 3 свойств).

12. Производная от определенного интеграла с переменным верхним пределом интегрирования (с доказательством). Формула Ньютона-Лейбница. Примеры.

13. Метод замены переменной интегрирования в определенном интеграле.

Пример.

14. Интегрирование по частям в определенном интеграле. Примеры.
  15. Определенный интеграл от четной и нечетной функций по симметричному интервалу интегрирования. Примеры.
  16. Полярная система координат. Задание кривых в полярной системе координат. Примеры.
  17. Приложение определенных интегралов. Вычисление площади плоской области: случай явного задания кривой. Пример.
  18. Приложение определенных интегралов. Вычисление площади плоской области: случай параметрического задания кривой. Пример.
  19. Приложение определенных интегралов. Вычисление площади плоской области: случай задания кривой в полярной системе координат. Пример.
  19. Приложение определенных интегралов. Вычисление длин кривых: случай явного задания кривой. Пример.
  20. Приложение определенных интегралов. Вычисление длин кривых: случай параметрического задания кривой. Пример.
  21. Приложение определенных интегралов. Вычисление длин кривых: случай задания кривой в полярной системе координат. Пример.
  22. Приложение определенных интегралов. Вычисление объема тела вращения. Пример.
- Несобственные интегралы
23. Несобственный интеграл первого рода (по неограниченному промежутку): определение, сходимость, вычисление. Примеры.
  24. Несобственный интеграл второго рода (от неограниченной функции): определение, сходимость, вычисление. Примеры.

Третий семестр

Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных

1. Определение функции нескольких переменных. Область определения.
  2. Линии и поверхности уровня.
  3. Частное и полное приращения функции.
  4. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
  5. Производные функции нескольких переменных.
  6. Геометрический и физический смысл частных производных.
  7. Полный дифференциал функции нескольких переменных.
  8. Применение полного дифференциала к приближенным вычислениям.
  9. Частные производные старших порядков.
  10. Дифференциалы старших порядков от функции нескольких переменных.
  11. Производная по направлению.
  12. Градиент функции.
  13. Производная сложной функции. Полная производная.
  14. Дифференцирование неявной функции.
  15. Экстремумы функции двух переменных: безусловный экстремум.
  16. Экстремумы функции двух переменных: условный экстремум.
  17. Экстремумы функции двух переменных: наибольшее и наименьшее значение функции в области.
- Интегральное исчисление функций нескольких переменных
18. Определение двойного интеграла. Теорема существования двойного интеграла. Геометрический смысл. Свойства двойного интеграла.
  19. Вычисление двойного интеграла. Сведение двойного интеграла к двукратному (повторному).
  20. Замена переменных в двойном интеграле.
  21. Двойной интеграл в полярных координатах.

22. Приложения двойного интеграла: вычисление объемов тел.
23. Приложения двойного интеграла: площади поверхности.
24. Механические приложения двойного интеграла.
25. Определение тройного интеграла. Теорема существования двойного интеграла. Свойства тройного интеграла.
26. Вычисление тройного интеграла. Сведение тройного интеграла к повторному.
27. Замена переменных в тройном интеграле.
28. Приложения тройного интеграла: вычисление объемов тел.
29. Механические приложения тройного интеграла.

#### Четвертый семестр

##### Криволинейные интегралы

1. Криволинейный интеграл первого рода (по длине дуги): определение, свойства.
2. Вычисление криволинейного интеграла первого рода. Примеры.
3. Механические приложения криволинейного интеграла первого рода. Примеры.
4. Криволинейный интеграл второго рода (по координатам): определение, свойства.
5. Вычисление криволинейного интеграла второго рода. Примеры.
6. Формула Грина. Пример.
7. Независимость криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Пример.

##### Теория рядов

8. Числовой ряд: определение, основные понятия, сходимость числовых рядов. Примеры.
9. Свойства сходящихся числовых рядов (с доказательствами).
10. Достаточные признаки сходимости числовых рядов: признаки сравнения (с доказательством). Примеры.
11. Достаточные признаки сходимости числовых рядов: признак Даламбера (с доказательством). Примеры.
12. Достаточные признаки сходимости числовых рядов: радикальный признак Коши (с доказательством). Примеры.
13. Достаточные признаки сходимости числовых рядов: интегральный признак Коши (с доказательством). Примеры.
14. Знакопеременные числовые ряды: определение. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Примеры.
15. Знакопеременные числовые ряды: определение. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда (признак Лейбница, с доказательством). Примеры.
16. Свойства сходящихся рядов и их сумм. Примеры.
17. Функциональные ряды: определение, область определения, точка сходимости и область сходимости. Примеры.
18. Равномерная сходимость функционального ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов. Примеры.
19. Степенные ряды: определение. Теорема Абеля. Радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда. Примеры.
20. Свойства степенного ряда и его суммы (с доказательством). Примеры.
21. Ряд Тейлора: определение, формула для коэффициентов разложения. Формула Маклорена. Пример разложения в ряд Тейлора.
22. Разложение в ряд Маклорена элементарных функций. Вывод любых двух формул.

23. Применение степенных рядов: приближенное вычисление значений функции, приближенное интегрирование, приближенное решение начальных задач для обыкновенных дифференциальных уравнений. Пример.
24. Тригонометрическая система функций и её ортогональность на отрезке.
25. Тригонометрические ряды (ряды Фурье) периодической функции периода  $[[/:0]$ .
26. Условия Дирихле. Теорема Дирихле. Пример разложения в ряд Фурье.
27. Коэффициенты ряда Фурье чётных и нечётных функций. Примеры.
28. Разложение функций, заданных на полупериоде, в неполный ряд Фурье. Пример.
29. Ряд Фурье функций периода  $[[/:0]$ .  
Теория поля и поверхностные интегралы
30. Теория поля: основные понятия и определения. Поля и их классификация. Примеры.
31. Векторное поле и его характеристики: дивергенция и ее свойства (с выводом). Примеры.
32. Векторное поле и его характеристики: ротор и его свойства (с выводом). Примеры.
33. Работа и циркуляция векторного поля. Примеры.
34. Поверхностный интеграл первого рода (по площади поверхности): определение, свойства. Вычисление поверхностного интеграла первого рода. Пример.
35. Механические и физические приложения поверхностного интеграла первого рода. Пример.
36. Поверхностный интеграл второго рода (по координатам): определение, свойства. Вычисление поверхностного интеграла первого рода. Пример.
37. Поток векторного поля: определение. Теорема Остроградского. Пример.

## **9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

### а) литература

1. Балабаева, Н. П. Математический анализ. Функции многих переменных : учебное пособие / Н. П. Балабаева, Е. А. Энбом. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2015. — 119 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/71852.html> (дата обращения: 27.05.2024). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
2. Бермант, А. Ф. Краткий курс математического анализа : учебное пособие / А. Ф. Бермант, И. Г. Араманович. — 16-е изд. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 736 с. — ISBN 978-5-8114-0499-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210707> (дата обращения: 27.05.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие для вузов / Г. Н. Берман. — 12-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 492 с. — ISBN 978-5-507-47523-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/386402> (дата обращения: 27.05.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Быкова, О. Н. Математический анализ. Часть 1 : учебное пособие / О. Н. Быкова, С. Ю. Колягин. — Москва : Московский педагогический государственный университет, 2016. — 120 с. — ISBN 978-5-4263-0391-1. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/72501.html> (дата обращения: 27.05.2024). — Режим доступа: для авторизир. пользователей
5. Веселова, Е.М. Индивидуальные задания по теме «Неопределенные интегралы» [Электронный ресурс]: учеб.-метод. пособие / Е.М. Веселова; АмГУ, ФМИИ. – Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2017. – 50 с. Режим доступа: <http://>

irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU\_Edition/7662.pdf

6. Веселова, Е.М. Индивидуальные задания по теме «Дифференцирование функций» [Электронный ресурс]: учеб.-метод. пособие / Е.М. Веселова; АмГУ, ФМиИ. – Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2020. – 30 с. Режим доступа: [http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU\\_Edition/11540.pdf](http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/11540.pdf)

7. Веселова, Е.М. Индивидуальные задания по теме «Пределы и непрерывность функций» [Электронный ресурс]: учеб.-метод. пособие / АмГУ, ФМиИ; сост. Е.М. Веселова. – Благовещенск: Изд-во Амур. гос. ун-та, 2020. – 41 с. Режим доступа: [http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU\\_Edition/11502.pdf](http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/11502.pdf)

8. Ганиев, В. С. Математический анализ. Часть 1 : учебное пособие / В. С. Ганиев. — Самара : Самарский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2013. — 172 с. — ISBN 978-5-9585-0487-9. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/20476.html> (дата обращения: 27.05.2024). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

9. Запорожец, Г. И. Руководство к решению задач по математическому анализу : учебное пособие / Г. И. Запорожец. — 8-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-0912-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210752> (дата обращения: 27.05.2024). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

10. Ильин, В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 2 : учебник для вузов / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 315 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07069-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/538113> (дата обращения: 27.05.2024).

12. Математический анализ [Электронный ресурс]: сб. учеб.-метод. материалов для направления подготовки 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" / АмГУ, ФМиИ; сост.: Н. Н. Максимова, В. В. Сельвинский. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2017. - 33 с. - Режим доступа: [http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU\\_Edition/10529.pdf](http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/10529.pdf)

13. Математический анализ. Сборник заданий : учебное пособие для вузов / В. В. Логинова [и др.] ; под общей редакцией Е. Г. Плотниковой. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. — 206 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11516-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/540065> (дата обращения: 27.05.2024).

14. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие для вузов / Г. Н. Берман. — 12-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 492 с. — ISBN 978-5-507-47523-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/386402> (дата обращения: 27.05.2024). — Режим доступа: для авторизир. пользователей.

15. Практикум по спецглавам высшей математики (ТФКП, ОИ, ТП) : учебное пособие / В. Я. Долгих, В. И. Бутырин, Г. В. Недогибченко, Э. Б. Шварц. — Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2014. — 97 с. — ISBN 978-5-7782-2499-5. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/45427.html> (дата обращения: 27.05.2024). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

16. Рогова, Н. В. Математический анализ. Часть 2. Интегральное исчисление : учебное пособие / Н. В. Рогова, Л. А. Соловьева, О. В. Старожилова. — Самара : Поволжский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2017. — 225 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/75384.html> (дата обращения: 27.05.2024). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

17. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа. Часть 1 : учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. — 16-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 448 с. — ISBN 978-5-507-47695-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная

система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/405284> (дата обращения: 27.05.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

№	Наименование	Описание
1	7-Zip	Бесплатное распространение по лицензии GNU LGPL <a href="http://www.7-zip.org/license.txt">http://www.7-zip.org/license.txt</a> .
2	LibreOffice	Бесплатное распространение по лицензии GNU LGPL <a href="https://ru.libreoffice.org/about-us/license/">https://ru.libreoffice.org/about-us/license/</a>
3	Google Chrome	Бесплатное распространение по лицензии google chromium <a href="http://code.google.com/intl/ru/chromium/terms.html">http://code.google.com/intl/ru/chromium/terms.html</a> на условиях <a href="https://www.google.com/chrome/browser/privacy/eula_text.html">https://www.google.com/chrome/browser/privacy/eula_text.html</a> .
4	<a href="http://www.amursu.ru">http://www.amursu.ru</a>	Официальный сайт ФГОУ ВО «Амурский государственный университет»
5	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>	Научно-образовательный ресурс для решения задач обучения в России и за рубежом. Уникальная платформа ЭБС IPRbooks объединяет новейшие информационные технологии и учебную лицензионную литературу.
6	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>	Электронно-библиотечная система Издательство «Лань» – тематические пакеты: математика, физика, инженерно-технические науки. Ресурс, включающий в себя как электронные версии книг издательства «Лань» и других ведущих издательств учебной литературы, так и электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам.
7	<a href="https://urait.ru">https://urait.ru</a>	Образовательная платформа Юрайт – образовательный ресурс, электронная библиотека и интернет-магазин, где читают и покупают электронные и печатные учебники авторов – преподавателей ведущих университетов для всех уровней профессионального образования, а также пользуются видео- и аудиоматериалами, тестированием и сервисами для преподавателей, доступными 24 часа 7 дней в неделю.

в) профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№	Наименование	Описание
1	<a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>	GoogleScholar — поисковая система по полным текстам научных публикаций всех форматов и дисциплин.
2	<a href="https://elibrary.ru/">https://elibrary.ru/</a>	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU - российский информационно-аналитический портал в области науки, технологии, медицины и образования.
3	<a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a>	Общероссийский математический портал Math-Net.Ru – это современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Библиотека ряда рецензируемых периодических изданий по математическому и естественно-научному направлениям, гибкий интерфейс, удобная поисковая

		система, дополнительные ресурсы. Открыт свободный доступ к полным текстам статей журналов Академиздатцентра "Наука" РАН. Доступ предоставляется по прошествии трех лет с момента выхода соответствующего номера журнала.
4	<a href="http://neicon.ru">http://neicon.ru</a>	Полнотекстовый архив ведущих западных научных журналов на российской платформе Национального электронно-информационного консорциума (НЭИКОН).
5	<a href="https://uisrussia.msu.ru/">https://uisrussia.msu.ru/</a>	Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ).
6	<a href="http://www.ict.edu.ru/about">http://www.ict.edu.ru/about</a>	Информационно-коммуникационные технологии в образовании – федеральный образовательный портал, обеспечивающий информационную поддержку образования в области современных информационных и телекоммуникационных технологий, а также деятельности по применению ИКТ в сфере образования.
7	<a href="http://www.informika.ru">http://www.informika.ru</a>	Сайт «Информика». Обеспечивает информационную поддержку всестороннего развития и продвижения новых информационных технологий в сферах образования и науки России.

#### **10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ УЧЕБНОГО ПРЕДМЕТА**

Лекции и практические занятия проводятся в стандартной аудитории, оснащенной в соответствии с требованиями преподавания теоретических дисциплин, включая мультимедиа-проектор. При изучении дисциплины используется основное необходимое материально-техническое оборудование: мультимедийные средства, Интернет-ресурсы, доступ к полнотекстовым электронным базам, книжный фонд научной библиотеки Амурского государственного университета.

Данное оборудование применяется при изучении дисциплины.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Материально-техническая база обеспечивает проведение всех видов дисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работы обучающихся, которые предусмотрены учебным планом и соответствуют действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.