

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Амурский государственный университет"

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и научной  
работе

                    Лейфа                    А.В. Лейфа

« 1 » сентября 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА  
«КОМПЛЕКСНЫЙ АНАЛИЗ»

Направление подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) образовательной программы – Прикладная математика и информатика

Квалификация выпускника – Бакалавр

Год набора – 2023

Форма обучения – Очная

Курс     2     Семестр     4    

Зачет 4 сем

Общая трудоемкость дисциплины 108.0 (академ. час), 3.00 (з.е)

Составитель В.В. Сельвинский, доцент, канд. физ.-мат. наук

Факультет математики и информатики

Кафедра математического анализа и моделирования

Рабочая программа составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта ВО для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 10.01.18 № 9

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математического анализа и моделирования

01.09.2023 г. , протокол № 1

Заведующий кафедрой Максимова Н.Н. Максимова

СОГЛАСОВАНО

Учебно-методическое управление

Чалкина Н.А. Чалкина

« 1 » сентября 2023 г.

СОГЛАСОВАНО

Научная библиотека

Петрович О.В. Петрович

« 1 » сентября 2023 г.

СОГЛАСОВАНО

Выпускающая кафедра

Максимова Н.Н. Максимова

« 1 » сентября 2023 г.

СОГЛАСОВАНО

Центр цифровой трансформации и  
технического обеспечения

Тодосейчук А.А. Тодосейчук

« 1 » сентября 2023 г.

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### Цель дисциплины:

- повышение уровня фундаментальной подготовки по математике;
- развитие навыков использования понятий и методов теории функций комплексного переменного;
- обучение основным понятиям и методам теории функций комплексного переменного, применяемых при решении фундаментальных и прикладных задач в области математического анализа и функционального анализа, дифференциальных уравнений и уравнений математической физики.

### Задачи дисциплины:

- овладение основными понятиями и методами комплексного анализа для исследования и решения задач линейной алгебры, математического анализа, дифференциальных уравнений;
- ознакомление с приложениями теории функций комплексного переменного при построении моделей естествознания и исследовании физических явлений.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Комплексный анализ» относится к обязательной части Блока 1. Дисциплины (модули) учебного плана по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика». Изучение курса базируется на знаниях, полученных при изучении дисциплин «Математический анализ», «Алгебра и геометрия». Освоение комплексного анализа необходимо для изучения дисциплин фундаментальной и прикладной математики.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ИНДИКАТОРЫ ИХ ДОСТИЖЕНИЯ

### 3.1 Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения

Категория (группа) общепрофессиональных компетенций	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИДК-1ОПК-1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ИДК-2ОПК-1 Умеет использовать в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук ИДК-3ОПК-1 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений

## 4. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3.00 зачетных единицы, 108.0 академических часов.

1 – № п/п

2 – Тема (раздел) дисциплины, курсовая работа (проект), промежуточная аттестация



	и Лорана												задания, устный опрос
9	Изолированные особые точки аналитической функции. Вычеты	4	4		4							4.8	Домашние задания, устный опрос
10	Зачет	4							0.2				
	Итого			34.0		34.0		0.0	0.0	0.2	0.0	0.0	39.8

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Лекции

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)
1	Комплексные числа. Основные понятия	Определение комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа. Показательная форма комплексного числа. Сфера Римана. Бесконечно удалённая точка. Задание кривых и областей на комплексной плоскости. Окрестности точек комплексной плоскости.
2	Функция комплексной переменной	Определение функции комплексной переменной. Действительная и мнимая часть функции комплексной переменной. Предел функции комплексного переменного. Непрерывность функции комплексного переменного.
3	Дифференцируемость функции комплексной переменной	Определение производной. Аналитичность функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана (Даламбера-Эйлера). Геометрический смысл производной. Гармоничность действительной и мнимой частей дифференцируемой функции.
4	Элементарные функции комплексной переменной	Степенная функция. Показательная функция. Тригонометрические функции. Гиперболические функции. Логарифмическая функция. Общая показательная и общая степенная функции. Обратные тригонометрические и обратные гиперболические функции.
5	Интегрирование функций комплексной переменной.	Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства интеграла от функции комплексного переменного. Интегральная теорема Коши. Первообразная аналитической функции.
6	Теория интегралов Коши	Контурный интеграл от функции вида $(z - a)^{-n}$ . Интегральная формула Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Применение интегральных формул Коши к вычислению интегралов.
7	Ряды с комплексными членами	Числовые ряды с комплексными членами. Степенные комплексные ряды.
8	Ряды Тейлора и Лорана	Ряд Тейлора. Стандартные разложения. Ряд Лорана. Приемы разложения функций в ряд Лорана.

9	Изолированные особые точки аналитической функции. Вычеты	Нули аналитической функции. Изолированные особые точки. Теорема о связи нулей и полюсов. Вычет аналитической функции в особой точке. Вычет в устранимой особой точке. Вычеты в полюсах. Вычет в существенно особой точке. Основная теорема о вычетах. Бесконечно удалённая особая точка. Вычет функции в бесконечно удалённой особой точке.
---	--	---

## 5.2. Практические занятия

Наименование темы	Содержание темы
Комплексные числа. Основные понятия	Алгебраические операции над комплексными числами. Тригонометрическая форма комплексного числа. Возведение в степень и извлечение корня. Формула Муавра. Формула Эйлера. Показательная форма комплексного числа.
Функция комплексной переменной	Определение функции комплексной переменной. Действительная и мнимая часть функции комплексной переменной. Предел функции комплексного переменного. Непрерывность функции комплексного переменного.
Дифференцируемость функции комплексной переменной	Определение производной. Аналитичность функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана (Даламбера-Эйлера). Геометрический смысл производной. Гармоничность действительной и мнимой частей дифференцируемой функции.
Элементарные функции комплексной переменной	Степенная функция. Показательная функция. Тригонометрические функции. Гиперболические функции. Логарифмическая функция. Общая показательная и общая степенная функции. Обратные тригонометрические и обратные гиперболические функции.
Интегрирование функций комплексной переменной. Интегральная теорема Коши	Интеграл от функции комплексного переменного. Свойства интеграла от функции комплексного переменного. Интегральная теорема Коши. Первообразная аналитической функции.
Теория интегралов Коши	Контурный интеграл от функции вида $(z - a)^{-n}$ . Интегральная формула Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Применение интегральных формул Коши к вычислению интегралов.
Ряды с комплексными членами	Числовые ряды с комплексными членами. Степенные комплексные ряды.
Ряды Тейлора и Лорана	Ряд Тейлора. Стандартные разложения. Ряд Лорана. Приемы разложения функций в ряд Лорана.
Изолированные особые точки аналитической функции. Вычеты	Нули аналитической функции. Изолированные особые точки. Теорема о связи нулей и полюсов. Вычет аналитической функции в особой точке. Вычет в устранимой особой точке. Вычеты в полюсах. Вычет в существенно особой точке. Основная теорема о вычетах. Бесконечно удалённая

особая точка. Вычет функции в бесконечно удалённой особой точке.

## 6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)	Трудоемкость в академических часах
1	Комплексные числа. Основные понятия	Домашние задания Самостоятельная работа «Комплексные числа и действия над ними»	4
2	Функция комплексной переменной	Домашние задания	4
3	Дифференцируемость функции комплексной переменной	Домашние задания	4
4	Элементарные функции комплексной переменной	Домашние задания Конспект «Элементарные функции комплексного переменного и их свойства»	4
5	Интегрирование функций комплексной переменной.	Домашние задания	4
6	Теория интегралов Коши	Домашние задания Контрольная работа «Интегралы от функции комплексного переменного»	5
7	Ряды комплексными членами	Домашние задания	5
8	Ряды Тейлора и Лорана	Домашние задания Индивидуальное задание «Разложение функций в ряд Тейлора и Лорана»	5
9	Изолированные особые точки аналитической функции. Вычеты	Домашние задания Конспект «Особые точки и их классификация»	4.8

## 7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной творческой работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся. При преподавании дисциплины «Комплексный анализ» используются как традиционные (лекция, проблемная лекция, лекция-семинар), так и инновационные технологии (применение мультимедийного проектора при изучении отдельных тем, применение рейтинговой системы оценки знаний студентов, «мозговой штурм», «метод проектов», возможно использование ресурсов сети Internet и электронных

учебников).

Лекционные и практические занятия проводятся с использованием традиционной, активной и интерактивной форм обучения.

## 8. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания, типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций, а также методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков отражены в фонде оценочных средств по дисциплине.

Текущий контроль за аудиторной и самостоятельной работой обучаемых осуществляется во время проведения лекционных и практических занятий посредством устного опроса по контрольным вопросам соответствующего раздела Промежуточный контроль осуществляется в семестре в виде проверки конспектов, самостоятельных, контрольных и индивидуальных заданий. Итоговый контроль осуществляется после успешного прохождения студентами текущего и промежуточного контроля в виде зачета.

Зачет сдается непосредственно перед экзаменационной сессией. Необходимым условием допуска на зачет является сдача всех индивидуальных заданий.

Примерные вопросы к зачету

1. Комплексные числа. Модуль, аргумент, тригонометрическая форма, геометрическая интерпретация комплексного числа.
2. Область, граница, граничная точка. Функция комплексного переменного. Линейная функция и линейное отображение.
3. Предел функции комплексного переменного. Дифференцируемость и аналитичность.
4. Геометрический смысл модуля и аргумента функции комплексного переменного.
5. Степенные функции. Основные свойства.
6. Функция Жуковского. Основные свойства.
7. Показательная функция и логарифм. Основные свойства.
8. Тригонометрические и гиперболические функции. Основные свойства.
9. Интеграл от функции комплексного переменного.
10. Интегральная теорема Коши.
11. Вычисление интеграла от аналитической функции.
12. Вычисление контурных интегралов от функции вида  $(z - a)^{-n}$ .
13. Интеграл Коши. Интегральная формула Коши.
14. Производные высших порядков от аналитических функций.
15. Числовые ряды с комплексными членами. Свойства сходящихся рядов.
16. Степенные комплексные ряды.
17. Ряд Тейлора.
18. Ряд Лорана.
19. Нули аналитической функции.
20. Изолированные особые точки.
21. Вычет аналитической функции в особой точке.
22. Основная теорема о вычетах.
23. Бесконечно удаленная особая точка. Вычет относительно бесконечно удаленной точки.

## 9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

а) литература

- 1 Привалов, И. И. Введение в теорию функций комплексного переменного : учебник

для вузов

/ И. И. Привалов. — 16-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 — 432 с. — ISBN 978-5-

8114-9392-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL:

<https://e.lanbook.com/book/193364> (дата обращения: 03.02.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2 Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной : учебное пособие / И.

М. Петрушко, А. Г. Елисеев, В. И. Качалов, С. Ф. Кудин. — Санкт-Петербург : Лань, 2022 —

368 с. — ISBN 978-5-8114-1064-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная

система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210425> (дата обращения: 03.02.2023). — Режим

доступа: для авториз. пользователей.

3 Пантелеев, А. В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в

примерах и задачах : учебное пособие / А. В. Пантелеев, А. С. Якимова. — 3-е изд., испр. —

Санкт-Петербург : Лань, 2022 — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1921-0. — Текст : электронный //

Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212138>

(дата обращения: 03.02.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

4 Ткаченко, С. В. Задания для мониторинга знаний студентов по теории функций комплексного переменного : учебное пособие / С. В. Ткаченко, И. А. Седых, О. А.

Митина. — Липецк : Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2016 — 48 с. — Текст : электронный // Цифровой образовательный ресурс IPR

SMART : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/64866.html> (дата обращения: 30.03.2023). — Режим доступа: для авторизир. пользователей

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

№	Наименование	Описание
1	Google Chrome	Бесплатное распространение по лицензии google chromium <a href="http://code.google.com/intl/ru/chromium/terms.html">http://code.google.com/intl/ru/chromium/terms.html</a> на условиях <a href="https://www.google.com/chrome/browser/privacy/eula_text.html">https://www.google.com/chrome/browser/privacy/eula_text.html</a> .
2	7-Zip	Бесплатное распространение по лицензии GNU LGPL <a href="http://www.7-zip.org/license.txt">http://www.7-zip.org/license.txt</a> .
3	LibreOffice	Бесплатное распространение по лицензии GNU LGPL <a href="https://ru.libreoffice.org/about-us/license/">https://ru.libreoffice.org/about-us/license/</a>
4	<a href="http://www.amursu.ru">http://www.amursu.ru</a>	Официальный сайт ФГОУ ВО «Амурский государственный университет»
5	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>	Научно-образовательный ресурс для решения задач обучения в России и за рубежом. Уникальная платформа ЭБС IPRbooks объединяет новейшие информационные технологии и учебную лицензионную литературу
6	<a href="https://e.lanbook.com">https://e.lanbook.com</a>	Электронно-библиотечная система Издательство «Лань» – тематические пакеты: математика, физика, инженерно-технические науки. Ресурс, включающий в себя как электронные версии книг издательства «Лань»

		и других ведущих издательств учебной литературы, так и электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам.
--	--	---

в) профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№	Наименование	Описание
1	<a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>	GoogleScholar – поисковая система по полным текстам научных публикаций всех форматов и дисциплин.
2	<a href="https://elibrary.ru/">https://elibrary.ru/</a>	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU - российский информационно-аналитический портал в области науки, технологии, медицины и образования
3	<a href="http://neicon.ru">http://neicon.ru</a>	Полнотекстовый архив ведущих западных научных журналов на российской платформе Национального электронно-информационного консорциума (НЭИКОН)
4	<a href="https://uisrussia.msu.ru/">https://uisrussia.msu.ru/</a>	Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ).
5	<a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a>	Math-Net.Ru. Общероссийский математический портал. Современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России.

### 10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Лекции и практические занятия проводятся в стандартной аудитории, оснащенной в соответствии с требованиями преподавания теоретических дисциплин, включая мультимедиа-проектор. При изучении дисциплины используется основное необходимое материально-техническое оборудование: мультимедийные средства, Интернет-ресурсы, доступ к полнотекстовым электронным базам, книжный фонд научной библиотеки Амурского государственного университета.

Данное оборудование применяется при изучении дисциплины.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Материально-техническая база обеспечивает проведение всех видов дисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работы обучающихся, которые предусмотрены учебным планом и соответствуют действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.