

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Амурский государственный университет"

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной и  
научной работе

Лейфа А.В. Лейфа

« 1 » сентября 2022 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**  
**«ВАРИАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ В ЗАДАЧАХ ПРОЕКТИРОВАНИЯ РАКЕТНО-  
КОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ»**

Специальность 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов

Специализация образовательной программы – Эксплуатация стартовых и технических комплексов и систем жизнеобеспечения

Квалификация выпускника – инженер

Год набора – 2022

Форма обучения – Очная

Курс 3 Семестр 5

Зачет 5 сем

Общая трудоемкость дисциплины 72 (академ. час), 2.00 (з.е)

Составитель Н.Н. Максимова, доцент, канд. физ.-мат. наук

Факультет математики и информатики

Кафедра математического анализа и моделирования



Рабочая программа составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта ВО для специальности 24.05.01 Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 12.08.2020 № 964

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математического анализа и моделирования

01.09.2022 г. , протокол № 1

Заведующий кафедрой Максимова Н.Н. Максимова

СОГЛАСОВАНО

Учебно-методическое управление

Чалкина Н.А. Чалкина

« 1 » сентября 2022 г.

СОГЛАСОВАНО

Выпускающая кафедра

Соловьев В.В. Соловьев

« 1 » сентября 2022 г.

СОГЛАСОВАНО

Научная библиотека

Петрович О.В. Петрович

« 1 » сентября 2022 г.

СОГЛАСОВАНО

Центр цифровой трансформации и  
технического обеспечения

Годосейчук А.А. Годосейчук

« 1 » сентября 2022 г.

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### Цель дисциплины:

формирование теоретических знаний и практических навыков работы с вопросами, позволяющими освоить методики применения вариационных методов при решении прикладных задач.

### Задачи дисциплины:

изучение основных понятий и методов вариационного исчисления, рассмотрение примеров задач в вариационной форме, изучение вариационных методов (Метод Ритца, метод Эйлера).

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Вариационные методы в задачах проектирования ракетно-космической техники» относится к обязательной части блока 1. Дисциплины (модули) учебного плана по специальности 24.05.01 – Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов.

Изучение дисциплины основывается на знаниях, полученных в ходе изучения дисциплин «Линейная алгебра и аналитическая геометрия», «Математический анализ», «Обыкновенные дифференциальные уравнения», «Численные методы и методы оптимизации». Знания и навыки, приобретенные в ходе изучения дисциплины, дают основу для изучения профессиональных дисциплин и для проведения НИР.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ И ИНДИКАТОРЫ ИХ ДОСТИЖЕНИЯ

### 3.1 Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения

Код и наименования общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общепрофессиональные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения инженерных задач профессиональной деятельности	ИД-1ОПК-1 Знать: теорию и основные законы в области естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин. ИД-2ОПК-1 Уметь: - применять методы математического анализа и моделирования в профессиональной деятельности; - применять методы теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

## 4. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2.00 зачетных единицы, 72 академических часов.

1 – № п/п

2 – Тема (раздел) дисциплины, курсовая работа (проект), промежуточная аттестация

3 – Семестр

4 – Виды контактной работы и трудоемкость (в академических часах)

4.1 – Л (Лекции)

4.2 – Лекции в виде практической подготовки

4.3 – ПЗ (Практические занятия)

4.4 – Практические занятия в виде практической подготовки

4.5 – ЛР (Лабораторные работы)

4.6 – Лабораторные работы в виде практической подготовки

4.7 – ИКР (Иная контактная работа)

4.8 – КТО (Контроль теоретического обучения)

4.9 – КЭ (Контроль на экзамене)

5 – Контроль (в академических часах)

6 – Самостоятельная работа (в академических часах)

7 – Формы текущего контроля успеваемости

1	2	3	4									5	6	7
			4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9			
1	Основные понятия вариационного исчисления	5	2		2								4	Домашние задания
2	Вариационные задачи с неподвижными границами	5	6		6								14	Домашние задания Конспект "Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера" Контрольная работа «Решение вариационных задач с неподвижным и границами»
3	Вариационные задачи с подвижными границами	5	4		4								8	Домашние задания Самостоятельная работа «Вариационные задачи с подвижными границами»
4	Прямые вариационные методы: метод Ритца, метод Эйлера	5	4		2								8	Домашние задания Индивидуальная работа «Решение вариационных задач прямыми вариационными методами»
5	Некоторые приложения к задачам механики и ракетодинамики	5	2		2								3.8	Домашние задания
6	Зачет	5									0.2			Подготовка к зачету
	Итого		18.0		16.0		0.0	0.0	0.2	0.0	0.0	37.8		

## 5. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 5.1. Лекции

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)
1	Основные понятия вариационного исчисления	Определение функционала. Непрерывность функционала. Основные функциональные пространства. Примеры задач в вариационной постановке. Первая и вторая вариации функционала. Необходимое условие экстремума функционала. Основная лемма вариационного исчисления.
2	Вариационные задачи с неподвижными границами	Метод вариаций в задаче с неподвижными границами. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера. Экстремаль функционала. Необходимое условие экстремума функционала. Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера. Решение задачи нахождения экстремалей функционала, зависящего от нескольких функций. Система уравнений Эйлера. Решение задачи нахождения экстремалей функционала, зависящего от производных высшего порядка одной или нескольких функций. Система уравнений Эйлера-Пуассона.
3	Вариационные задачи с подвижными границами	Метод вариаций в задаче с подвижными границами. Формула вариации функционала для задачи со свободными концами. Условия трансверсальности.
4	Прямые вариационные методы: метод Ритца, метод Эйлера	Теоретические основы метода Ритца и методы Эйлера решения вариационных задач.
5	Некоторые приложения к задачам механики и ракетодинамики	Задача об оптимальном выведении на орбиту спутника Земли.

## 5.2. Практические занятия

Наименование темы	Содержание темы
Практическое занятие 1	Первая и вторая вариации функционала.
Практическое занятие 2-4	Метод вариаций в задаче с неподвижными границами. Уравнение Эйлера. Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера. Достаточные условия экстремума функционала. Решение задач нахождения экстремалей функционала, зависящего от нескольких функций. Система уравнений Эйлера. Решение задач нахождения экстремалей функционала, зависящего от производных высшего порядка одной функции. Уравнение Эйлера-Пуассона. Решение задач нахождения экстремалей функционала, зависящего от производных высшего порядка нескольких функций. Система уравнений Эйлера-Пуассона.
Практическое занятие 5-6	Метод вариаций в задаче с подвижными границами.

	Условия трансверсальности.
Практическое занятие 7	Прямые вариационные методы: метод Ритца. Прямые вариационные методы: метод Эйлера.
Практическое занятие 8	Задача об оптимальном выведении на орбиту спутника Земли.

## 6. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)	Трудоемкость в академических часах
1	Основные понятия вариационного исчисления	Домашние задания	4
2	Вариационные задачи с неподвижными границами	Домашние задания Конспект «Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера» Контрольная работа «Решение вариационных задач с неподвижными границами»	14
3	Вариационные задачи с подвижными границами	Домашние задания Самостоятельная работа «Вариационные задачи с подвижными границами»	8
4	Прямые вариационные методы: метод Ритца, метод Эйлера	Домашние задания Индивидуальная работа «Решение вариационных задач прямыми вариационными методами»	8
5	Некоторые приложения к задачам механики и ракетодинамики	Домашние задания	3.8

## 7. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 24.05.01 – Проектирование, производство и эксплуатация ракет и ракетно-космических комплексов реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

При преподавании дисциплины используются как традиционные (лекция, проблемная лекция, лекция-семинар), так и следующие инновационные технологии:

- неимитационные методы обучения: проблемная лекция, лекция-визуализация.
- неигровые имитационные методы обучения: метод группового решения задач.
- игровые имитационные методы обучения: мозговой штурм, деловые игры, проектирование.

Лекционные и практические занятия проводятся с использованием традиционной, активной и интерактивной форм обучения.

## 8. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания, типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций, а также методические материалы, определяющие

процедуры оценивания знаний, умений и навыков отражены в фонде оценочных средств по дисциплине.

Текущий контроль за аудиторной и самостоятельной работой обучаемых осуществляется во время проведения практических занятий посредством проверки домашних заданий, проведения самостоятельной и контрольной работ, выполнением индивидуальных заданий. Итоговый контроль осуществляется после успешного прохождения студентами текущего и промежуточного контроля в виде зачета.

Зачет сдается в последнюю неделю учебного семестра. Форма сдачи зачета – устная, в виде ответа на два вопроса из предлагаемого перечня. Необходимым условием допуска на зачет и экзамен является выполнение работ всех видов.

Учебно- методическое обеспечение самостоятельной работы студентов: основная и дополнительная литература, официальные ресурсы сети Internet, установленное в вузе программное обеспечение.

Примерные вопросы к зачету

1. Основные понятия вариационного исчисления. Основная лемма вариационного исчисления.
2. Примеры физических и геометрических задач в вариационной форме.
3. Метод вариаций в задаче с неподвижными границами. Функционалы, зависящие от одной функции.
4. Метод вариаций в задаче с неподвижными границами. Частные случаи интегрируемости уравнения Эйлера.
5. Метод вариаций в задаче с неподвижными границами. Достаточные условия экстремума функционала.
6. Метод вариаций в задаче с неподвижными границами. Функционалы, зависящие от нескольких функций.
7. Метод вариаций в задаче с неподвижными границами. Функционалы, зависящие от производных высшего порядка одной функции.
8. Метод вариаций в задаче с неподвижными границами. Функционалы, зависящие от производных высшего порядка нескольких функций.
9. Метод вариаций в задаче с подвижными границами. Функционалы, зависящие от одной функции. Случай гладких экстремалей.
10. Прямые вариационные методы: методы Ритца.
11. Прямые вариационные методы: методы Эйлера.
12. Некоторые приложения к задачам механики и ракетодинамики.

Для получения зачета по курсу требуется посещение занятий, полное выполнение работ всех видов, выполнения домашних заданий. В случае невыполнения одного из указанных выше требований студент имеет возможность сдать зачет, выполнив правильно и в полном объеме более половины упражнений из индивидуального зачетного задания.

Результат «зачтено» выставляется студенту, если он владеет основным материалом программы, умеет решать задачи с применением изученного материала.

Результат «незачтено» выставляется студенту, если не освоил материал, предусмотренный содержанием рабочей программы, не выполнил необходимый объем практикума и не индивидуальные задания.

## **9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

а) литература

1. Абдрахманов, В.Г. Элементы вариационного исчисления и оптимального управления. Теория, задачи, индивидуальные задания: учебное пособие / В.Г. Абдрахманов, А.В. Рабчук. – 2-е изд., испр. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 112 с. – ISBN 978-5-8114- 1630-1. – Текст: электронный // Лань: электронно- библиотечная система. – URL: <https://e.lanbook.com/book/168644>



2. Городецкий, С.Ю. Лекции по вариационному исчислению и оптимальному управлению: учебно-методическое пособие / С.Ю. Городецкий. – Нижний Новгород: ННГУ им. Н.И. Лобачевского, 2020. – 51 с. – Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/144697>
3. Гюнтер, Н.М. Курс вариационного исчисления : учебное пособие / Н.М. Гюнтер. – 2-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2021. – 320 с. – ISBN 978-5-8114-0893-1. – Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/167736>
4. Максимова, Н.Н. Вариационные методы [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие / Н.Н. Максимова; АмГУ, ФМиИ. – Благовещенск: Издательство Амурского государственного университета, 2020. – 84 с. Режим доступа: [http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU\\_Edition/11554.pdf](http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/11554.pdf)
5. Родин, Б.П. Вариационное исчисление: учебное пособие / Б.П. Родин. – Санкт-Петербург: БГТУ "Военмех" им. Д.Ф. Устинова, 2017. – 60 с. – Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. – Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/121865>
6. Толпегин, О. А. Математическое программирование. Вариационное исчисление : учебное пособие для вузов / О. А. Толпегин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 233 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-11755-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/471171> (дата обращения: 16.03.2022).
7. Тракимус, Ю. В. Основы вариационного исчисления : учебное пособие / Ю. В. Тракимус, Д. В. Вагин. — Новосибирск: Новосибирский государственный технический университет, 2016. — 72 с. — ISBN 978-5-7782-2833-7. — Текст: электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS: [сайт]. — URL: <http://www.iprbookshop.ru/91738.html>

б) программное обеспечение и Интернет-ресурсы

№	Наименование	Описание
1	Операционная система MS Windows 7 Pro	DreamSpark Premium Electronic Software Delivery (3 years) Renewal по договору - Сублицензионный договор № Tr000074357/КНВ 17 от 30 июня 2019 года.
2	Операционная система MS Windows XP SP3	DreamSpark Premium Electronic Software Delivery (3 years) Renewal по договору - Сублицензионный договор № Tr000074357/КНВ 17 от 30 июня 2019 года.
3	Операционная система MS Windows 10 Education, Pro	DreamSpark Premium Electronic Software Delivery (3 years) Renewal по договору - Сублицензионный договор № Tr000074357/КНВ 17 от 30 июня 2019 года.
4	Google Chrome	Бесплатное распространение по лицензии google chromium <a href="http://code.google.com/intl/ru/chromium/terms.html">http://code.google.com/intl/ru/chromium/terms.html</a> на условиях <a href="https://www.google.com/chrome/browser/privacy/eula_text.html">https://www.google.com/chrome/browser/privacy/eula_text.html</a> .
5	LibreOffice	Бесплатное распространение по лицензии GNU LGPL <a href="https://ru.libreoffice.org/about-us/license/">https://ru.libreoffice.org/about-us/license/</a>
6	7-Zip	Бесплатное распространение по лицензии GNU LGPL <a href="http://www.7-zip.org/license.txt">http://www.7-zip.org/license.txt</a> .
7	<a href="http://www.amursu.ru">http://www.amursu.ru</a>	Официальный сайт ФГОУ ВО «Амурский государственный университет»
8	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>	Научно-образовательный ресурс для решения задач обучения в России и за рубежом. Уникальная платформа ЭБС IPRbooks объединяет новейшие информационные технологии и учебную лицензионную

		литературу.
9	<a href="http://e.lanbook.com">http://e.lanbook.com</a>	Электронно- библиотечная система Издательство «Лань» – тематические пакеты: математика, физика, инженерно- технические науки. Ресурс, включающий в себя как электронные версии книг издательства «Лань» и других ведущих издательств учебной литературы, так и электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам.
10	<a href="https://urait.ru">https://urait.ru</a>	Образовательная платформа Юрайт – образовательный ресурс, электронная библиотека и интернет-магазин, где читают и покупают электронные и печатные учебники авторов – преподавателей ведущих университетов для всех уровней профессионального образования, а также пользуются видео- и аудиоматериалами, тестированием и сервисами для преподавателей, доступными 24 часа 7 дней в неделю.

в) профессиональные базы данных и информационные справочные системы

№	Наименование	Описание
1	<a href="https://scholar.google.ru/">https://scholar.google.ru/</a>	GoogleScholar — поисковая система по полным текстам научных публикаций всех форматов и дисциплин.
2	<a href="https://elibrary.ru/">https://elibrary.ru/</a>	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU - российский информационно- аналитический портал в области науки, технологии, медицины и образования
3	<a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a>	Общероссийский математический портал Math-Net.Ru – это современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Библиотека ряда рецензируемых периодических изданий по математическому и естественно- научному направлениям, гибкий интерфейс, удобная поисковая система, дополнительные ресурсы. Открыт свободный доступ к полным текстам статей журналов Академиздатцентра "Наука" РАН. Доступ предоставляется по прошествии трех лет с момента выхода соответствующего номера журнала.
4	<a href="http://neicon.ru">http://neicon.ru</a>	Полнотекстовый архив ведущих западных научных журналов на российской платформе Национального электронно- информационного консорциума (НЭИКОН)
5	<a href="https://uisrussia.msu.ru/">https://uisrussia.msu.ru/</a>	Университетская информационная система РОССИЯ (УИС РОССИЯ)
6	<a href="http://www.ict.edu.ru/about">http:// www.ict.edu.ru/about</a>	Информационно- коммуникационные технологии в образовании – федеральный образовательный портал, обеспечивающий информационную поддержку образования в области современных информационных и телекоммуникационных технологий, а также деятельности по применению ИКТ в сфере образования.

7	<a href="http://www.informika.ru">http://www.informika.ru</a>	Сайт «Информика». Обеспечивает информационную поддержку всестороннего развития и продвижения новых информационных технологий в сферах образования и науки России
---	---	--

#### **10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Лекции и практические занятия проводятся в стандартной аудитории, оснащенной в соответствии с требованиями преподавания теоретических дисциплин, включая мультимедиа- проектор. При изучении дисциплины используется основное необходимое материально- техническое оборудование: мультимедийные средства, Интернет- ресурсы, доступ к полнотекстовым электронным базам, книжный фонд научной библиотеки Амурского государственного университета.

Данное оборудование применяется при изучении дисциплины.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Материально-техническая база обеспечивает проведение всех видов дисциплинарной подготовки, практической и научно-исследовательской работы обучающихся, которые предусмотрены учебным планом и соответствуют действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.