

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Амурский государственный университет»



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

Н.В.Савина

« 29 » 06 2018 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление подготовки 01.03.02 – прикладная математика и информатика

Квалификация выпускника бакалавр

Программа подготовки академический бакалавриат

Год набора 2018

Форма обучения очная

Курс 1-2 Семестр 1-3

Экзамен 1-3 семестр (126 акад. час)

Лекции 180 (акад. час)

Практические (семинарские) занятия 162 (акад. час)

Самостоятельная работа 144 (акад. час)

Общая трудоемкость дисциплины 612 (акад. час.), 17 (з.е.)

Составитель Сельвинский В.В., доцент, канд. физ.-мат. наук

Факультет математики и информатики

Кафедра математического анализа и моделирования

2018 г.

Рабочая программа составлена на основании Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры математического анализа и моделирования

«17» 05 2018 г., протокол № 10

И.о. зав. кафедрой  Н.Н. Максимова

Рабочая программа одобрена на заседании учебно-методического совета по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

«17» 05 2018 г., протокол № 4

Председатель  Н.Н. Максимова

СОГЛАСОВАНО

Начальник учебно-методического управления

 Н.А. Чалкина

«17» 05 2018 г.

СОГЛАСОВАНО

*и.о.* Заведующий выпускающей кафедрой

 Н.Н. Максимова

«17» 05 2018 г.

СОГЛАСОВАНО

Директор научной библиотеки

 Л.А. Проказина

«10» 05 2018 г.

## 1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

**Цель дисциплины (модуля):** формирование математической культуры студентов; фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа; овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

### **Задачи дисциплины (модуля):**

- сформулировать основные понятия и определения, образующие современный математический аппарат дифференциального и интегрального исчисления;
- изучить основные теоремы и методы исследования различных математических объектов на основе анализа бесконечно малых величин;
- рассмотреть примеры реализации теоретических положений на конкретных геометрических и физических объектах.

## 2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОП ВО

Дисциплина «Математический анализ» включена в базовую часть цикла дисциплин Б1, является базовой дисциплиной в освоении математических знаний. Освоение математического анализа необходимо для изучения всех дисциплин высшей математики и механики. Понятия, методы исследования математического анализа непосредственно используются во многих разделах естествознания, пронизывают все фундаментальные общематематические курсы и имеют универсальное значение.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

В процессе освоения данной дисциплины студент формирует и демонстрирует следующие общеобразовательные компетенции:

- способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);

В результате освоения дисциплины обучающийся должен продемонстрировать следующие результаты образования:

**знать:** основные понятия, определения и свойства объектов математического анализа, формулировки и доказательства утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их связи и приложения в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания (ОПК-1).

**уметь:** доказывать утверждения математического анализа, решать задачи математического анализа, уметь применять полученные навыки в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания (ОПК-1).

**владеть:** аппаратом математического анализа, методами доказательства утверждений, навыками применения этого в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания (ОПК-1).

## 4. МАТРИЦА КОМПЕТЕНЦИЙ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Разделы	Компетенции
	ОПК-1
1	2
Множество действительных чисел	+
Теория пределов	+
Функция: непрерывность, производная	+
Неопределенный интеграл	+
Определенный интеграл	+
Функции многих переменных	+

1	2
Интегралы, зависящие от параметра	+
Числовые ряды	+
Функциональные последовательности и ряды	+
Ряды Фурье	+
Кратные интегралы	+
Элементы теории поля	+

## 5. СТРУКТУРА ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 17 зачетных единиц, 612 акад. час.

№ п/п	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды контактной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в акад. часах)				Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра) Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
				Лек.	Прак. зан.	Лаб. зан.	Сам. раб.	
1	2	3	4	5	6		7	8
1	Множество действительных чисел	1	1-4	16	10		16	Устный опрос, домашнее задание
2	Теория пределов	1	4-11	28	22		28	Контрольная работа 1, устный опрос, рейтинговая оценка, РГР 1
3	Функция: непрерывность, производная	1	11 -18	28	22		28	Контрольная работа 2, устный опрос, рейтинговая оценка, РГР 2
	Экзамен	1					+54	Экзамен
	1 семестр			72	54		72+54	252 акад. час., 7 зач. единиц
4	Неопределенный интеграл	2	1-6	18	18		10	Контрольная работа 3, устный опрос
5	Определенный интеграл	2	7-12	18	18		10	Устный опрос, рейтинговая оценка, РГР 3
6	Функции многих переменных	2	13-17	14	14		10	Контрольная работа 4, устный опрос, рейтинговая оценка, РГР 4
7	Интегралы, зависящие от параметра	2	17-18	4	4		6	Устный опрос, рейтинговая оценка, домашнее задание
	Экзамен	2					+36	Экзамен
	2 семестр			54	54		36+36	180 акад. час., 5 зач. единиц
8	Числовые ряды	3	1-3	12	12		8	Устный опрос, РГР 1
9	Функциональные последовательности и ряды	3	4-7	12	12		8	Контрольная работа 1, устный опрос, рейтинговая оценка
10	Ряды Фурье	3	10-12	12	12		8	Устный опрос, рейтинговая оценка, домашнее задание

	2	3	4	5	6	7	8
11	Кратные интегралы	3	13-16	12	12	8	РГР 2 устный опрос, рейтинговая оценка
12	Элементы теории поля	3	17-18	6	6	4	Контрольная работа 2, устный опрос, рейтинговая оценка
	Экзамен	3				+36	Экзамен
	3 семестр			54	54	36+36	180 акад. час., 5 зач. единиц
	Всего за курс			180	162	144+126	612 акад. час., 17 зач. единиц

## 6. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

### 6.1. Лекции.

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)
1	2	3
1	Множество действительных чисел	Предмет математического анализа, сведения о множествах и логической символике, отображение и функции. Действительные числа: алгебраические свойства множества $\mathbb{R}$ действительных чисел; аксиома полноты множества $\mathbb{R}$ . Действия над действительными числами, принцип Архимеда. Основные принципы полноты множества $\mathbb{R}$ : существование точной верхней (нижней) грани числового множества. Принцип вложенных отрезков, дедекиндово сечение, лемма о конечном покрытии.
2	Теория пределов	Теория пределов: предел числовой последовательности; основные свойства и признаки существования предела. Предельные точки множества и теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности; предел монотонной последовательности. Число « $\epsilon$ », верхний и нижний пределы; критерий Коши существования предела. Понятие ряда: сумма ряда, сходимость ряда, необходимый признак сходимости ряда. Предел функции в точке; свойства пределов; бесконечно малые и бесконечно большие функции и последовательности. Предел отношения синуса бесконечно малого аргумента к аргументу; общая теория предела; предел функции по базису фильтра (по базе). Символы « $o$ », « $O$ », « $\sim$ ». Итерационные последовательности; простейшая форма принципа неподвижной точки для сжимающего отображения отрезка, итерационный метод решения функциональных уравнений
3	Функция: непрерывность, производная	Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; непрерывность функции от функции. Точка разрыва; ограниченность функции, непрерывной на отрезке; существование наибольшего и наименьшего значений; прохождение через все промежуточные значения. Равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке; монотонные функции, существование и непрерывность обратной функции, непрерывность элементарных функций.

1	2	3
3	Функция: непрерывность, производная	<p>Дифференциалы и производные: дифференцируемость функции в точке; производная в точке.</p> <p>Дифференциал и их геометрический смысл; механический смысл производной; правила дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница.</p> <p>Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях.</p> <p>Локальная формула Тейлора; асимптотические разложения элементарных функций; формула Тейлора с остаточным членом.</p> <p>Применение дифференциального исчисления к исследованию функций: признаки постоянства, монотонность, экстремумы.</p> <p>Применение дифференциального исчисления к исследованию функций: выпуклость, точки перегиба, раскрытие неопределенностей;</p> <p>Геометрические приложения дифференциального исчисления.</p>
4	Неопределенный интеграл	<p>Неопределенный интеграл: первообразная функция, неопределенный интеграл и его основные свойства.</p> <p>Таблица формул интегрирования; замена переменной, интегрирование по частям.</p> <p>Интегрирование рациональных функций.</p> <p>Интегрирование некоторых простейших иррациональных и трансцендентных функций.</p> <p>Метод Остроградского. Подстановки Эйлера. Интегрирование бинома.</p>
5	Определенный интеграл	<p>Определенный интеграл: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла; определенный интеграл Римана.</p> <p>Критерий интегрируемости; интегрируемость непрерывной функции. Интегрируемость монотонной функции и ограниченной функции с конечным числом точек разрыва.</p> <p>Свойства определенного интеграла, теорема о среднем значении.</p> <p>Дифференцирование по переменному верхнему пределу; существование первообразной от непрерывной функции.</p> <p>Связь определенного интеграла с неопределенным: формула Ньютона – Лейбница; замена переменной; интегрирование по частям.</p> <p>Длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения.</p> <p>Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами и интегралы от неограниченных функций; признаки сходимости.</p> <p>Функции ограниченной вариации; теорема о представлении функции ограниченной вариации и основные свойства; интеграл Стильеса.</p> <p>Признаки существования интеграла Стильеса и его вычисление.</p>
6	Функции многих переменных	<p>Функции многих переменных: евклидово пространство <math>n</math> измерений; обзор основных метрических и топологических характеристик точечных множеств евклидова пространства.</p> <p>Функции многих переменных, пределы, непрерывность; свойства непрерывных функций.</p> <p>Дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению. Градиент; достаточное условие дифференцируемости; касательная плоскость и нормаль к поверхности.</p> <p>Дифференцирование сложных функций; частные производные высших порядков, свойства смешанных производных.</p>

1	2	3
6	Функции многих переменных	Дифференциалы высших порядков; формула Тейлора для функций нескольких переменных; экстремум. Отображения $R^n$ в $R^m$ , их дифференцирование, матрица производной. Якобианы; теоремы о неявных функциях; замена переменных. Зависимость функций; условный экстремум.
7	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; несобственные интегралы, зависящие от параметра: равномерная сходимость, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру. Применение к вычислению некоторых интегралов; функции, определяемые с помощью интегралов, бета- и гамма-функции Эйлера.
8	Числовые ряды	Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ряды; сравнение рядов. Признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости; признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость; преобразование Абеля и его применение к рядам. Перестановка членов абсолютно сходящегося ряда; теорема Римана; операции над рядами; двойные ряды; понятие о бесконечных произведениях.
9	Функциональные последовательности и ряды	Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость; признаки равномерной сходимости; теорема о предельном переходе; теоремы о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании. Степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши – Адамара; равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда; почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряд Тейлора; разложение элементарных функций в степенные ряды; оценка с помощью формулы Тейлора погрешности при замене функции многочленом; ряды с комплексными членами; формулы Эйлера. Применение рядов к приближенным вычислениям; теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.
10	Ряды Фурье	Ряды Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая система; ряд Фурье; равномерная сходимость ряда Фурье; Признаки сходимости ряда Фурье в точке; принцип локализации; минимальное свойство частных сумм ряда Фурье; неравенство Бесселя; достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем; равенство Парсевала; Интеграл Фурье и преобразование Фурье.
11	Кратные интегралы	Двойной интеграл и интегралы высшей кратности: двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства; приведение двойного интеграла к повторному; Замена переменных в двойном интеграле; понятие об аддитивных функциях области; площадь поверхности; Механические и физические приложения двойных интегралов; интегралы высшей кратности; их определение, вычисление и простейшие свойства; Несобственные кратные интегралы.

1	2	3
12	Элементы теории поля	<p>Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности: криволинейные интегралы; формула Грина; интегралы по поверхности; формула Остроградского; элементарная формула Стокса; условия независимости криволинейного интеграла от формы пути.</p> <p>Элементы теории поля: скалярное поле; векторное поле; поток, расходимость, циркуляция, вихрь; векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса; потенциальное поле; векторные линии и векторные трубки; соленоидальное поле; оператор «набла».</p> <p>*Понятие о дифференциальных формах и интегрирование их по цепям; абстрактная теорема Стокса и получение из нее элементарной формулы Стокса и формулы Гаусса – Остроградского.</p> <p><i>Примечание:</i> разделы, помеченные звездочкой, при необходимости могут быть опущены.</p>

## 6.2. Практические занятия.

### 1-ый семестр

#### 1. Множество действительных чисел

Занятие 1,2. Вводное. Метод математической индукции. Бином Ньютона. Доказательство равенств и неравенств.

Занятие 3-5. Ограниченные и неограниченные, счётные и несчётные числовые множества. Точные верхние и нижние грани.

#### 2. Теория пределов

Занятие 5,6. Ограниченные, неограниченные, бесконечно малые, бесконечно большие последовательности. Предел последовательности.

Занятие 7,8. Предел последовательности. Предел монотонной последовательности. Число  $e$ .

Занятие 9-10. Предел монотонной последовательности. Критерий Коши существования предела последовательности.

Занятие 11-13. Предельные точки последовательности и множества.

Занятие 14-15. Верхние и нижние пределы последовательности.

Занятие 16. Контрольная работа №1.

#### 3. Функция: непрерывность, производная

Занятие 17. Функция одной переменной. Предел функции. Условия его существования.

Занятие 18. Вычисление пределов функций. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Асимптотическое сравнение функций:  $o$ - и  $O$ -символика, эквивалентность.

Занятие 19. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва. Равномерная непрерывность.

Занятие 20. Производная и дифференциал. Основные правила вычисления. Производные функций, заданных параметрически, обратных и сложных функций. Производные и дифференциалы высших порядков.

Занятие 21. Основные свойства дифференцируемых функций. Равномерная непрерывность.

Занятие 22. Раскрытие неопределённостей – правила Лопиталья.

Занятие 23. Формула Тейлора.

Занятие 24. Возрастание и убывание функции. Направление выпуклости. Точки перегиба графика функции. Асимптоты.

Занятие 25. Локальные экстремумы. Наибольшее и наименьшее значения функции на множестве.



Занятие 26. Построение графиков (декартовы, полярные, параметрические координаты).

Занятие 27. Контрольная работа №2.

#### 2-ой семестр

#### 4. Неопределенный интеграл

Занятие 1-2. Первообразная и неопределённый интеграл. Основные правила интегрирования.

Занятие 3-5. Интегрирование рациональных функций (дробей).

Занятие 6-9. Интегрирование иррациональных и тригонометрических выражений.

Занятие 10. Контрольная работа №3. Неопределённый интеграл.

#### 4. Определенный интеграл

Занятие 11. Определённый интеграл. Основные понятия. Вычисление определённых интегралов.

Занятие 12,13. Оценки интегралов, теоремы о среднем.

Дополнительно: №№ 1, 2 (см. список дополнительных задач для 2-го семестра).

Занятие 14. Несобственные интегралы.

Занятие 15,16. Применение определённого интеграла к вычислению площадей плоских фигур.

Занятие 17. Применение определённого интеграла к вычислению длин дуг кривых.

Занятие 18,19. Применение определённого интеграла к вычислению объёмов и площадей поверхностей.

#### 6. Функции многих переменных

Занятие 20. Предел и непрерывность функции нескольких переменных.

Занятие 21. Частные производные и дифференциал функции нескольких переменных.

Занятие 22. Дифференцируемость сложной функции. Производные и дифференциалы высших порядков.

Занятие 23. Формула Тейлора. Различные представления остаточного члена.

Занятие 24. Производная по направлению. Градиент, его геометрические приложения. Экстремум функции нескольких переменных.

Занятие 25. Контрольная работа №4.

#### Раздел 7. Интегралы, зависящие от параметра

Занятие 26. Собственные интегралы, зависящие от параметра. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость интегралов.

Занятие 27. Дифференцирование и интегрирование интегралов по параметру. Эйлеровы интегралы.

#### 3-ий семестр

#### Раздел 7. Числовые ряды

Занятие 1,2. Признаки сходимости знакопостоянных рядов.

Занятие 3,4. Признаки сходимости знакопеременных рядов.

Занятие 5,6. Действия над рядами.

#### Раздел 8. Функциональные последовательности и ряды

Занятие 7,8. Функциональные последовательности. Функциональные ряды.

Занятие 9. Степенные ряды.

Занятие 10,11. Суммирование рядов. Нахождение определённых интегралов с помощью рядов.

Занятие 12. Контрольная работа №1.

#### Раздел 10. Ряды Фурье

Занятие 13,14. Ряды Фурье и их свойства.

Занятие 15,16. Комплексная форма ряда Фурье.

Занятие 17,18. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.

## Раздел 11. Кратные интегралы

Занятие 19. Двойные интегралы.

Занятие 20,21. Вычисление площадей. Вычисление объемов. Вычисление площадей поверхностей.

Занятие 22,23. Тройные интегралы. Приложения двойных и тройных интегралов к механике.

Занятие 24. Несобственные кратные интегралы. Многократные интегралы.

## Раздел 12. Элементы теории поля

Занятие 25,26. Криволинейные интегралы. Формула Грина.

Занятие 27. Поверхностные интегралы. Формула Стокса. Формула Остроградского.

## 7. САМОСТОЯТЕЛЬНАЯ РАБОТА

№ п/п	№ раздела (темы) дисциплины	Форма (вид) самостоятельной работы	Трудоёмкость в акад. часах
1	2	3	4
1	1	Домашнее задание: решение задач	12
3	2	Домашнее задание: решение задач	12
4	2	Индивидуальное задание №1	16
5	3	Домашнее задание: решение задач	16
6	3	Индивидуальное задание №2	16
		Подготовка к экзамену	54
	Итого за 1-й семестр:		72+54
7	4	Домашнее задание: решение задач	4
8	5	Домашнее задание: решение задач	4
9	5	Индивидуальное задание №5	8
10	6	Домашнее задание: решение задач	6
11	6	Индивидуальное задание №6	8
12	7	Домашнее задание: решение задач	6
		Подготовка к экзамену	36
	Итого за 2-й семестр:		36+36
13	8	Домашнее задание: решение задач	6
14	9	Индивидуальное задание №7	12
15	10	Домашнее задание: решение задач	6
16	11-12	Индивидуальное задание №6	12
		Подготовка к экзамену	36
	Итого за 3-й семестр:		36+36
	Всего		<b>144+126</b>

## Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине:

1. Сельвинский В.В. Математический анализ: сборник учебно-методических материалов для направления подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика. – Благовещенск: Амурский гос. ун-т, 2018. Режим доступа:

[http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU\\_Edition/10529.pdf](http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/10529.pdf)

2. Сельвинский, В.В. Кратные интегралы. Элементы теории поля [Электронный ресурс] : учеб.-метод. пособие / В. В. Сельвинский ; АмГУ, ФМиИ. - Благовещенск : Изд-во Амур. гос. ун-та, 2017. - 44 с. Режим доступа:

[http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU\\_Edition/7675.pdf](http://irbis.amursu.ru/DigitalLibrary/AmurSU_Edition/7675.pdf)

## 8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Образовательные технологии – это организационная в различных формах образовательная деятельность преподавателей и студентов с использованием различных методов обучения, преподавания и оценивания, направленная на достижение результатов и формирование на их основе компетенций.

В соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 01.03.02 – Прикладная математика и информатика реализация компетентного подхода предусматривает широкое использование в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения занятий в сочетании с внеаудиторной творческой работой с целью формирования и развития профессиональных навыков обучающихся.

Лекции: традиционное и проблемное изложение теоретического материала, текущий устный опрос, коллоквиумы, использование интерактивных обучающих мультимедиа средств; практические занятия: интерактивные методы решения задач, мозговой штурм, использование наглядных средств, контрольные работы; консультации, самостоятельная работа.

Не имитационные методы обучения: проблемная лекция.

Игровые имитационные методы обучения: мозговой штурм.

Неигровые имитационные методы обучения: метод группового решения задач.

Интерактивные формы изучения материала используются на лекциях и практических занятиях, темы которых приведены в таблице.

### Распределение образовательных технологий

№	Вид интерактивной формы	Вид занятий	Количество acad. часов
1	2	3	4
	<i>1-ый семестр</i>		
1	Использование мультимедийных средств	1. Лекция «Дифференциалы и производные: дифференциальность функции в точке; производная в точке» 2. Лекция «Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях»	8
2	Работа в малых группах (по 2-3 студента)	1. Лекция: Действительные числа: алгебраические свойства множества $\mathbb{R}$ . действительных чисел; аксиома полноты множества $\mathbb{R}$ 2. Лекция «Применение дифференциального исчисления к исследованию функций: выпуклость, точки перегиба, раскрытие неопределенностей»	8

1	2	3	4
3	Дискуссия	1. Практические занятия «Ограниченные и неограниченные, счётные и несчётные числовые множества. Точные верхние и нижние грани» 2. Подпоследовательности. Верхние и нижние пределы последовательности.	6
4	Разбор конкретных ситуаций (создание математической модели)	1. Практические занятия «Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Асимптотическое сравнение функций: o- и O-символика, эквивалентность.» 2. Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций. Точки разрыва. Равномерная непрерывность	6
	Всего за 1-ый семестр		28
	<u>2-ой семестр</u>		
1	Использование мультимедийных средств	1. Лекция «Дифференцируемость функции нескольких переменных» 2. Лекция «Непрерывность функции нескольких переменных» 3. Лекция «Производная по направлению»	6
2	Работа в малых группах (по 2-3 студента)	1. Лекция: Определенный интеграл 2. Лекция: Неопределенный интеграл 3. Приложения определенного интеграла.	6
3	Дискуссия	1. Практические занятия «Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа» 2. Непрерывность функции нескольких переменных. 3. Определенный интеграл.	6
4	Разбор конкретных ситуаций (создание математической модели)	1. Практические занятия «Область определения функции многих переменных, предел и непрерывность» 2. Производная по направлению. 3. Приложения определенного интеграла	6
	Всего за 2-ой семестр		24
	<u>3-ий семестр</u>		
1	Использование мультимедийных средств	1. Лекция «Числовые ряды» 2. Лекция «Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость»	6
2	Работа в малых группах (по 2-3 студента)	1. Лекция: Интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру 2. Лекция «Ряды Фурье: ортогональные системы функций; признаки сходимости ряда Фурье»	6
3	Дискуссия	1. Практические занятия «Интеграл Фурье и преобразование Фурье» 2. Двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства.	6

1	2	3	4
4	Разбор конкретных ситуаций (создание математической модели)	1. Практические занятия «Признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости; признак Лейбница» 2. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов;	6
	Всего за 3-ий семестр		24
	Всего за учебный курс		76

## 9. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания, типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков, характеризующих этапы формирования компетенций, а так же методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений и навыков отражены в фонде оценочных средств по дисциплине «Математический анализ».

В течение каждого из двух семестров студенты разбирают и решают задачи, указанные преподавателем к каждому семинару, разбирают и повторяют основные понятия и теоремы, доказанные на лекциях. В каждом семестре предусмотрен коллоквиум (1), индивидуальные задания (2) и контрольные работы (2). В конце каждого семестра предусмотрен экзамен.

### Вопросы к экзамену.

#### 1-ый семестр

1. Предмет математического анализа. Множества, отображения и функции.
2. Действительные числа: алгебраические свойства множества  $\mathbb{R}$  действительных чисел.
3. Аксиома полноты множества  $\mathbb{R}$  действительных чисел.
4. Действия над действительными числами, принцип Архимеда.
5. Существование точной верхней (нижней) грани числового множества.
6. Принцип вложенных отрезков.
7. Дедекиндово сечение множества  $\mathbb{R}$  действительных чисел.
8. Компактные множества. Лемма о конечном покрытии компакта.
9. Предел числовой последовательности; основные свойства и признаки существования предела.
10. Предельные точки множества и теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности. Верхний и нижний пределы.
11. Предел монотонной последовательности.
12. Число « $\epsilon$ ».
13. Критерий Коши существования предела.
14. Понятие ряда: сумма ряда, сходимость ряда, необходимый признак сходимости ряда.
15. Предел функции в точке; свойства пределов.
16. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и последовательности.
17. Предел отношения синуса бесконечно малого аргумента к аргументу.
18. Теория предела; предел функции по базису фильтра (по базе).
19. Основные свойства предела; критерий Коши существования предела.
20. Сравнение поведения бесконечно малых функций на базе; символы « $o$ », « $O$ »,

«~».

21. Итерационные последовательности; простейшая форма принципа неподвижной точки для сжимающего отображения отрезка.
22. Итерационный метод решения функциональных уравнений.
23. Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций.
24. Непрерывность функции от функции.
25. Точка разрыва; ограниченность функции, непрерывной на отрезке.
26. Существование наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции на отрезке.
27. Прохождение непрерывной функции через все промежуточные значения на отрезке.
28. Равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке.
29. Монотонные функции, существование и непрерывность обратной функции.
30. Непрерывность элементарных функций.
31. Дифференциалы и производные: дифференцируемость функции в точке; производная в точке.
32. Дифференциал и их геометрический смысл; механический смысл производной.
33. Правила дифференцирования.
34. Производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница.
35. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях.
36. Локальная формула Тейлора. Остаточный член.
37. Асимптотические разложения элементарных функций.
38. Исследование функций: признаки постоянства, монотонность, экстремумы.
39. Исследование функций: выпуклость, точки перегиба.
40. Раскрытие неопределенностей. Правило Лопиталя.

#### 2-ой семестр

1. Неопределенный интеграл и его основные свойства. Первообразная функция.
2. Замена переменной, интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
3. Интегрирование рациональных функций.
4. Интегрирование некоторых простейших иррациональных и трансцендентных функций.
5. Определенный интеграл Римана: понятие и основные свойства.
6. Критерий интегрируемости. Суммы Дарбу.
7. Интегрируемость непрерывной функции.
8. Интегрируемость монотонной функции.
9. Интегрируемость ограниченной функции с конечным числом точек разрыва.
10. Теорема о среднем значении.
11. Дифференцирование по переменному верхнему пределу.
12. Формула Ньютона – Лейбница.
13. Замена переменной; интегрирование по частям в определенном интеграле.
14. Вычисление длины дуги.
15. Вычисление площади поверхности вращения.
16. Вычисление объема тела вращения.
17. Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами.
18. Несобственные интегралы: интегралы от неограниченных функций.
19. Функции ограниченной вариации; теорема о представлении функции ограниченной вариации и основные свойства.
20. Интеграл Стильтьеса.
21. Функции многих переменных: предел, непрерывность.
22. Дифференциал и частные производные функции многих переменных.
23. Производная по направлению. Градиент.
24. Достаточное условие дифференцируемости.

25. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
26. Дифференцирование сложных функций.
27. Частные производные высших порядков, свойства смешанных производных.
28. Дифференциалы высших порядков.
29. Формула Тейлора для функций нескольких переменных.
30. Экстремум функций нескольких переменных.
31. Отображения  $R^n$  в  $R^m$ , их дифференцирование, матрица производной.
32. Теоремы о неявных функциях. Якобиан.
33. Зависимость функций; условный экстремум.
34. Интегралы, зависящие от параметра; непрерывность.
35. Интегралы, зависящие от параметра; дифференцирование и интегрирование по параметру.

### 3-ий семестр

1. Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда.
2. Критерий Коши сходимости ряда.
3. Знакопостоянные ряды. Сравнение рядов.
4. Признак Даламбера сходимости ряда. Признак Коши сходимости ряда.
6. Интегральный признак сходимости ряда.
7. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.
8. Преобразование Абеля и его применение к рядам.
9. Перестановка членов абсолютно сходящегося ряда. Теорема Римана.
10. Операции над рядами.
11. Двойные ряды; понятие о бесконечных произведениях.
12. Функциональные последовательности и ряды. Область сходимости.
13. Равномерная сходимость. Признаки равномерной сходимости.
14. Теорема о предельном переходе.
15. Теорема о непрерывности суммы ряда.
16. Теорема о почленном интегрировании и дифференцировании ряда.
17. Степенные ряды, радиус сходимости.
18. Теорема Коши – Адамара.
19. Равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда.
20. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
21. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.
23. Ряды с комплексными членами.
24. Формулы Эйлера.
25. Применение рядов к приближенным вычислениям.
26. Теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.
28. Несобственные интегралы, зависящие от параметра.
29. Эйлеровы интегралы.
30. Ортогональные системы функций; тригонометрическая система.
31. Ряд Фурье; равномерная сходимость ряда Фурье.
32. Признаки сходимости ряда Фурье в точке.
33. Принцип локализации Римана.
34. Минимальное свойство частных сумм ряда Фурье. Неравенство Бесселя.
36. Достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье.
37. Сходимость в среднем ряда Фурье.
38. Равенство Парсеваля.
39. Интеграл Фурье и преобразование Фурье.
40. Двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства.
41. Приведение двойного интеграла к повторному.
42. Замена переменных в двойном интеграле.

43. Площадь поверхности.
44. Механические и физические приложения двойных интегралов.
45. Интегралы высшей кратности; определение, вычисление, простейшие свойства.
46. Несобственные кратные интегралы.
47. Криволинейные интегралы.
48. Формула Грина.
49. Интегралы по поверхности.
50. Формула Остроградского. Формула Стокса.
52. Условия независимости криволинейного интеграла от формы пути.
53. Элементы теории поля: скалярное поле; векторное поле.
54. Поток, расходимость, циркуляция, вихрь.
55. Векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса.
56. Потенциальное поле.
57. Векторные линии и векторные трубки; соленоидальное поле.

Критерии оценки по дисциплине «Математический анализ»:

- оценка «отлично» выставляется студенту, если он в полном объеме освоил все дидактические единицы, на достаточно высоком уровне владеет теоретическим материалом, способен продемонстрировать знания всех изученных тем и реализации алгоритмов, умеет осуществлять выбор алгоритма для решения практических задач, анализировать результаты расчетов, а также по суммарному итогу оценки набрал не менее 91 балла.

- оценка «хорошо» выставляется студенту, если он владеет основным материалом программы, умеет решать задачи с применением изученных алгоритмов, обладает навыком реализации алгоритмов, при этом студент набрал общее количество баллов по дисциплине от 75 до 90 баллов.

- оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он умеет решать задачи с применением изученных алгоритмов, при этом студент набрал общее количество баллов по дисциплине от 51 до 74 баллов.

- оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если не освоил материал, предусмотренный содержанием рабочей программы, не научился использовать методы и приемы решения практических задач, а также имеет рейтинг по дисциплине с общим количеством баллов – менее 50.

## **II. 10 УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Основная литература:**

1. Фихтенгольц, Г.М. Основы математического анализа. В 2-х тт. Том 1 [Электронный ресурс] : учебник. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2015. — 441 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=65055](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=65055) — Загл. с экрана.
2. Горлач, Б.А. Математический анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2013. — 601 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=4863](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=4863) — Загл. с экрана.

### **Дополнительная литература:**

1. Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / Б.П. Демидович. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 624 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229> — Загл. с экрана.
2. Берман, Г.Н. Решебник к сборнику задач по курсу математического анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Г.Н. Берман. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2011. — 608 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/674>. — Загл. с экрана.



3. Карташев, А.П. Математический анализ [Электронный ресурс] : учебное пособие / А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2007. — 448 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/178>. — Загл. с экрана.

4. Кузнецов, Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2015. — 240 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4549](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4549) — Загл. с экрана.

5. Запорожец, Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие. — Электрон. дан. — СПб. : Лань, 2014. — 461 с. — Режим доступа: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=149](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=149) — Загл. с экрана.

#### Интернет-ресурсы:

№	Наименование ресурса	Краткая характеристика
1	<a href="http://www.amursu.ru">http://www.amursu.ru</a>	Официальный сайт ФГОУ ВО «Амурский государственный университет»
2	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>	Научно-образовательный ресурс для решения задач обучения в России и за рубежом. Уникальная платформа ЭБС IPRbooks объединяет новейшие информационные технологии и учебную лицензионную литературу.
3	<a href="http://elibrary.ru/">http://elibrary.ru/</a>	Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU – это крупнейший российский информационный портал в области науки, технологии, медицины и образования, содержащий рефераты и полные тексты более 14 млн научных статей и публикаций. На платформе eLIBRARY.RU доступны электронные версии более 2200 российских научно-технических журналов, в том числе более 1100 журналов в открытом доступе.
4	<a href="http://www.mathnet.ru/">http://www.mathnet.ru/</a>	Общероссийский математический портал Math-Net.Ru – это современная информационная система, предоставляющая российским и зарубежным математикам различные возможности в поиске информации о математической жизни в России. Библиотека ряда рецензируемых периодических изданий по математическому и естественно-научному направлениям, гибкий интерфейс, удобная поисковая система, дополнительные ресурсы. Открыт свободный доступ к полным текстам статей журналов <a href="#">Академиздатцентра "Наука" РАН</a> . Доступ предоставляется по прошествии трех лет с момента выхода соответствующего номера журнала.

#### Программное обеспечение:

№ п/п	Перечень программного обеспечения (обеспеченного лицензией)	Реквизиты подтверждающих документов (при наличии), тип и количество лицензий
1	Операционная система Windows 7 Pro	Dream Spark Premium Electronic Software Delivery (3 years) Renewal по договору – Сублицензионный договор № Tr000074357/КНВ 17 от 01 марта 2016 года

№ п/п	Свободное ПО	Реквизиты подтверждающих документов
1	Google Chrome	Бесплатное распространение по лицензии google chromium <a href="http://code.google.com/intl/ru/chromium/terms.html">http://code.google.com/intl/ru/chromium/terms.html</a> На условиях <a href="https://www.google.com/chrome/browser/privacy/eula_text.html">https://www.google.com/chrome/browser/privacy/eula_text.html</a>
2	7-Zip	бесплатное распространение по лицензии GNU LGPL <a href="http://www.7-zip.org/license.txt">http://www.7-zip.org/license.txt</a>
3	LibreOffice	бесплатное распространение по лицензии GNU LGPL <a href="https://ru.libreoffice.org/about-us/license/">https://ru.libreoffice.org/about-us/license/</a>

## 11. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Учебным планом по направлению 01.03.02 – прикладная математика и информатика предусмотрено изучение дисциплины «Математический анализ» в течение первых трех семестров в объеме 180 акад. часов лекций, 162 акад. часов практических занятий, 144 акад. часов самостоятельной работы. Для успешного освоения дисциплины необходимо посещение и активное участие в аудиторных занятиях, а также регулярное выполнение домашних заданий. Кроме этого, в ходе семестров предусмотрены консультации ведущего преподавателя, во время которых студент может выяснить все вопросы, возникающие при изучении дисциплины.

Некоторые вопросы программы могут быть вынесены для самостоятельного изучения на основе приведенного в настоящей рабочей программе списка учебной литературы.

Изучение дисциплины в каждом семестре заканчивается экзаменом, для успешной сдачи которого необходимо проявить понимание основных теоретических положений дисциплины, а также навыки в решении практических задач.

Во время лекций студент должен внимательно слушать теоретический материал, излагаемый преподавателем, делать краткие записи, отвечать на предлагаемые вопросы. Перед последующей лекцией необходимо повторить изученный материал, возникающие вопросы выяснять предварительно во время текущих консультаций ведущего преподавателя или в процессе изучения учебной литературы из предлагаемого списка.

На практических занятиях необходимо использовать пройденный теоретический материал, знать основные формулы и правила, уметь работать у доски, отвечать на дополнительные вопросы, решать практические задачи.

В процессе изучения дисциплины в каждом семестре студент должен выполнить индивидуальное задание, включающее ряд задач. Для их выполнения студент должен использовать основные формулы, теоретические положения, навыки решения практических задач. Возникающие вопросы необходимо выяснять во время текущих консультаций преподавателя или на практических занятиях.

## 12. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Занятия по дисциплине «Математический анализ» проводятся в специальных помещениях, представляющих собой учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории. Все помещения, в которых проводятся занятия, соответствуют действующим противопожарным правилам и нормам.

Каждый обучающийся обеспечен индивидуальным неограниченным доступом к электронно-библиотечным системам и к электронной информационно-образовательной среде университета.

Самостоятельная работа обучающихся осуществляется в помещениях, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета

На занятиях применяется следующее техническое оборудование: ПЭВМ на базе процессора Intel Pentium, проектор.

Учебные аудитории кафедры № 519 и №338а отвечают всем требованиям по использованию мультимедийных средств.

### **13. БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВАЯ ОЦЕНКА ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

Проводится в соответствии с положением о балльно-рейтинговой системе оценки знаний студентов АмГУ и положением кафедры МАиМ по дисциплине (см. таблицу).

#### **Система оценки в баллах**

№	Вид работы	Норма	Максимальное кол-во баллов
1	2	3	4
	<u>1-ый семестр</u>		
1	Посещение занятий	0,25 балла/2часа ауд.зан.	16 баллов
2	Контрольная работа № 1	0-6 баллов	6 баллов
3	Контрольная работа № 2	0-6 баллов	6 баллов
4	Коллоквиум	0-8 баллов	8 баллов
5	Индивидуальное задание № 1	0-12 баллов	12 баллов
6	Индивидуальное задание № 2	0-12 баллов	12 баллов
7	Экзамен	0 – 40 баллов	40 баллов
	Всего за <u>1-ый семестр</u>	0-100 баллов	100 баллов
	<u>2-ой семестр</u>		
1	Посещение занятий	0,25 балла/2часа ауд.зан.	18 баллов
2	Контрольная работа № 3	0-6 баллов	6 баллов
3	Контрольная работа № 4	0-6 баллов	6 баллов
4	Коллоквиум	0-6 баллов	6 баллов
5	Индивидуальное задание № 3	0-12 баллов	12 баллов
6	Индивидуальное задание № 4	0-12 баллов	12 баллов
7	Экзамен	0 – 40 баллов	40 баллов
	Всего за <u>2-ой семестр</u>	0-100 баллов	100 баллов
	<u>3-ий семестр</u>		
1	Посещение занятий	0,5 балла/2часа ауд.зан.	18 баллов
2	Контрольная работа № 5	0-6 баллов	6 баллов
3	Контрольная работа № 6	0-6 баллов	6 баллов
4	Коллоквиум	0-6 баллов	6 баллов
5	Индивидуальное задание № 5	0-12 баллов	12 баллов
6	Индивидуальное задание № 6	0-12 баллов	12 баллов
7	Экзамен	0 – 40 баллов	40 баллов
	Всего за <u>3-ий семестр</u>	0-100 баллов	100 баллов