Аннотация рабочей программы дисциплины «Математический анализ» для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика, направленность (профиль) образовательной программы «Прикладная математика и информатика»

1. Цели и задачи освоения дисциплины (модуля)

Цели изучения дисциплины (модуля):

– формирование математической культуры студентов;

– фундаментальная подготовка студентов в области математического анализа;

– овладение современным аппаратом математического анализа для дальнейшего использования в других областях математического знания и дисциплинах естественнонаучного содержания.

Задачи дисциплины (модуля):

– сформулировать основные понятия и определения, образующие современный математический аппарат дифференциального и интегрального исчисления;

– изучить основные теоремы и методы исследования различных математических объектов на основе анализа бесконечно малых величин;

– рассмотреть примеры реализации теоретических положений на конкретных геометрических и физических объектах.

2. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины и индикаторы их достижения

Общепрофессиональные компетенции и индикаторы их достижения

Категория (группа) общепрофессиональной компетенции	Код и наименование общепрофессиональной компетенции	Код и наименование индикатора достижения общепрофессиональной компетенции
Теоретические и практические основы профессиональной деятельности	ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	ИДК-1$_{ОПК-1}$ Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук ИДК-2$_{ОПК-1}$ Умеет использовать в профессиональной деятельности знания, полученные в области математических и (или) естественных наук ИДК-3$_{ОПК-1}$ Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических сведений

3. Содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)
1	Множество действительных чисел	Предмет математического анализа, сведения о множествах и логической символике, отображение и функции. Действительные числа: алгебраические свойства множества R действительных чисел; аксиома полноты множества R. Действия над действительными числами, принцип Архимеда. Основные принципы полноты множества R: существование точной верхней (нижней) грани числового множества. Принцип вложенных отрезков, дедекиндово сечение, лемма о конечном покрытии.
2	Теория пределов	Теория пределов: предел числовой последовательности; основные свойства и признаки существования предела. Предельные точки множества и теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности; предел монотонной

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)
		последовательности. Число «е», верхний и нижний пределы; критерий Коши существования предела. Понятие ряда: сумма ряда, сходимость ряда, необходимый признак сходимости ряда. Предел функции в точке; свойства пределов; бесконечно малые и бесконечно большие функции и последовательности. Предел отношения синуса бесконечно малого аргумента к аргументу; общая теория предела; предел функции по базису фильтра (по базе). Символы «о», «О», «~». Итерационные последовательности; простейшая форма принципа неподвижной точки для сжимающего отображения отрезка, итерационный метод решения функциональных уравнений
3	Функция: непрерывность	Непрерывные функции: локальные свойства непрерывных функций; непрерывность функции от функции. Точка разрыва; ограниченность функции, непрерывной на отрезке; существование наибольшего и наименьшего значений; прохождение через все промежуточные значения. Равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке; монотонные функции, существование и непрерывность обратной функции, непрерывность элементарных функций.
3	Функция: производная	Дифференциалы и производные: дифференцируемость функции в точке; производная в точке. Дифференциал и их геометрический смысл; механический смысл производной; правила дифференцирования; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница. Основные теоремы дифференциального исчисления и их приложения: теоремы Ролля, Лагранжа и Коши о конечных приращениях. Локальная формула Тейлора; асимптотические разложения элементарных функций; формула Тейлора с остаточным членом. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций: признаки постоянства, монотонность, экстремумы. Применение дифференциального исчисления к исследованию функций: выпуклость, точки перегиба, раскрытие неопределенностей; Геометрические приложения дифференциального исчисления.
4	Неопределенный интеграл	Неопределенный интеграл: первообразная функция, неопределенный интеграл и его основные свойства. Таблица формул интегрирования; замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование некоторых простейших иррациональных и трансцендентных функций. Метод Остроградского. Подстановки Эйлера. Интегрирование бинома.
5	Определенный интеграл	Определенный интеграл: задачи, приводящие к понятию определенного интеграла; определенный интеграл Римана. Критерий интегрируемости; интегрируемость непрерывной функции. Интегрируемость монотонной функции и ограниченной функции с

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)
		конечным числом точек разрыва. Свойства определенного интеграла, теорема о среднем значении. Дифференцирование по переменному верхнему пределу; существование первообразной от непрерывной функции. Связь определенного интеграла с неопределенным: формула Ньютона – Лейбница; замена переменной; интегрирование по частям. Длина дуги и другие геометрические, механические и физические приложения. Несобственные интегралы: интегралы с бесконечными пределами и интегралы от неограниченных функций; признаки сходимости. Функции ограниченной вариации; теорема о представлении функции ограниченной вариации и основные свойства; интеграл Стилтьеса. Признаки существования интеграла Стилтьеса и его вычисление.
6	Функции многих переменных	Функции многих переменных: евклидово пространство n измерений; обзор основных метрических и топологических характеристик точечных множеств евклидова пространства. Функции многих переменных, пределы, непрерывность; свойства непрерывных функций. Дифференциал и частные производные функции многих переменных; производная по направлению. Градиент; достаточное условие дифференцируемости; касательная плоскость и нормаль к поверхности. Дифференцирование сложных функций; частные производные высших порядков, свойства смешанных производных.
6	Функции многих переменных	Дифференциалы высших порядков; формула Тейлора для функций нескольких переменных; экстремум. Отображения R^n в R^m, их дифференцирование, матрица производной. Якобианы; теоремы о неявных функциях; замена переменных. Зависимость функций; условный экстремум.
7	Интегралы, зависящие от параметра	Интегралы, зависящие от параметра; непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру; несобственные интегралы, зависящие от параметра: равномерная сходимость, непрерывность, дифференцирование и интегрирование по параметру. Применение к вычислению некоторых интегралов; функции, определяемые с помощью интегралов, бета- и гамма-функции Эйлера.
8	Числовые ряды	Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; критерий Коши; знакопостоянные ряды; сравнение рядов. Признаки сходимости Даламбера, Коши, интегральный признак сходимости; признак Лейбница; абсолютная и условная сходимость; преобразование Абеля и его применение к рядам. Перестановка членов абсолютно сходящегося ряда; теорема Римана; операции над рядами; двойные ряды; понятие о бесконечных произведениях.
9	Функциональные последовательности и ряды	Функциональные последовательности и ряды, равномерная сходимость; признаки равномерной сходимости; теорема о предельном переходе; теоремы о непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании. Степенные ряды, радиус сходимости, формула Коши – Адамара; равномерная сходимость и непрерывность суммы степенного ряда;

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Содержание темы (раздела)
		почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов. Ряд Тейлора; разложение элементарных функций в степенные ряды; оценка с помощью формулы Тейлора погрешности при замене функции многочленом; ряды с комплексными членами; формулы Эйлера. Применение рядов к приближенным вычислениям; теоремы Вейерштрасса о приближении непрерывных функций многочленами.
10	Ряды Фурье	Ряды Фурье: ортогональные системы функций; тригонометрическая система; ряд Фурье; равномерная сходимость ряда Фурье; Признаки сходимости ряда Фурье в точке; принцип локализации; минимальное свойство частных сумм ряда Фурье; неравенство Бесселя; достаточное условие разложимости функции в тригонометрический ряд Фурье; сходимость в среднем; равенство Парсеваля; Интеграл Фурье и преобразование Фурье.
11	Кратные интегралы	Двойной интеграл и интегралы высшей кратности: двойной интеграл, его геометрическая интерпретация и основные свойства; приведение двойного интеграла к повторному; Замена переменных в двойном интеграле; понятие об аддитивных функциях области; площадь поверхности; Механические и физические приложения двойных интегралов; интегралы высшей кратности; их определение, вычисление и простейшие свойства; Несобственные кратные интегралы.
12	Элементы теории поля	Криволинейные интегралы и интегралы по поверхности: криволинейные интегралы; формула Грина; интегралы по поверхности; формула Остроградского; элементарная формула Стокса; условия независимости криволинейного интеграла от формы пути. Элементы теории поля: скалярное поле; векторное поле; поток, расходимость, циркуляция, вихрь; векторная интерпретация формул Остроградского и Стокса; потенциальное поле; векторные линии и векторные трубки; соленоидальное поле; оператор «набла». *Понятие о дифференциальных формах и интегрирование их по цепям; абстрактная теорема Стокса и получение из нее элементарной формулы Стокса и формулы Гаусса – Остроградского. *Примечание*: разделы, помеченные звездочкой, при необходимости могут быть опущены.